La Recherche Opérationnelle

Cap sur la Programmation Linéaire

Benjamin Peyrille

Laboratoire G-SCOP, Université Grenoble Alpes

13 Décembre 2024

Benjamin Peyrille

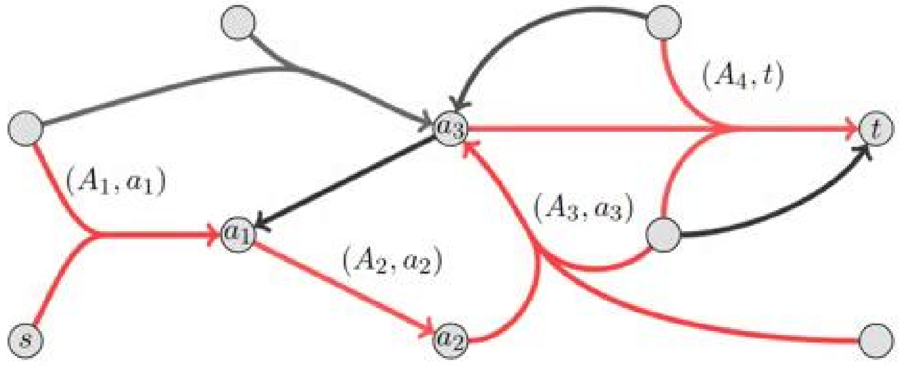
benjamin.peyrille@grenoble-inp.fr

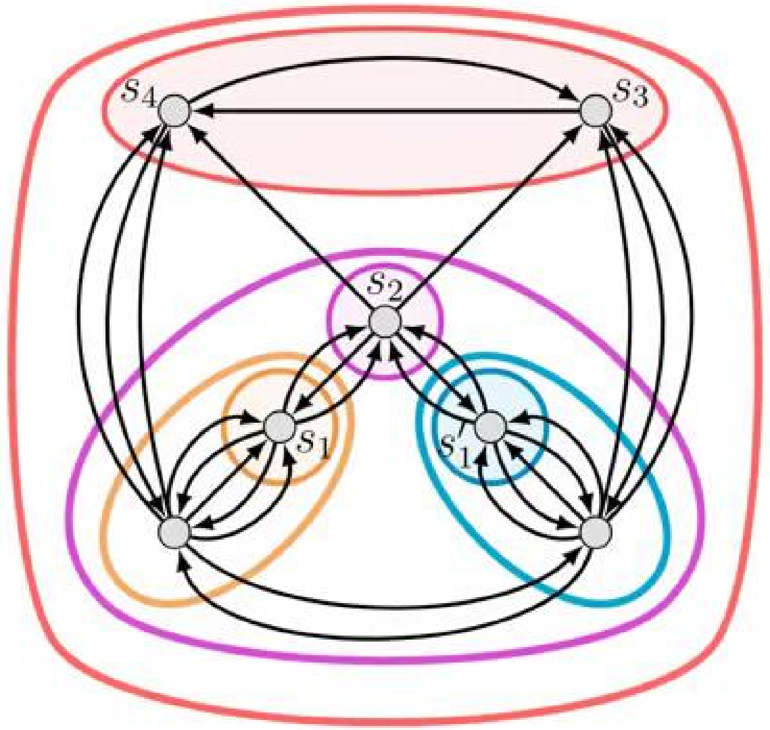
Doctorant (3ème année) en Théorie des Graphes

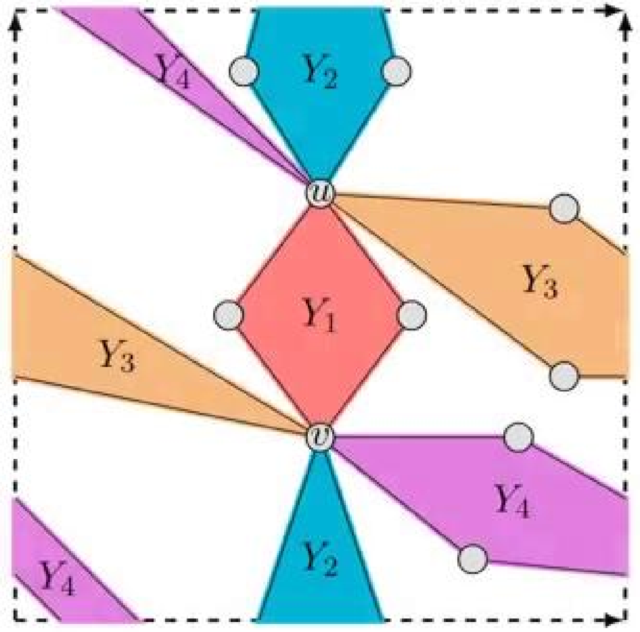
Benjamin Peyrille

benjamin.peyrille@grenoble-inp.fr

Doctorant (3ème année) en Théorie des Graphes



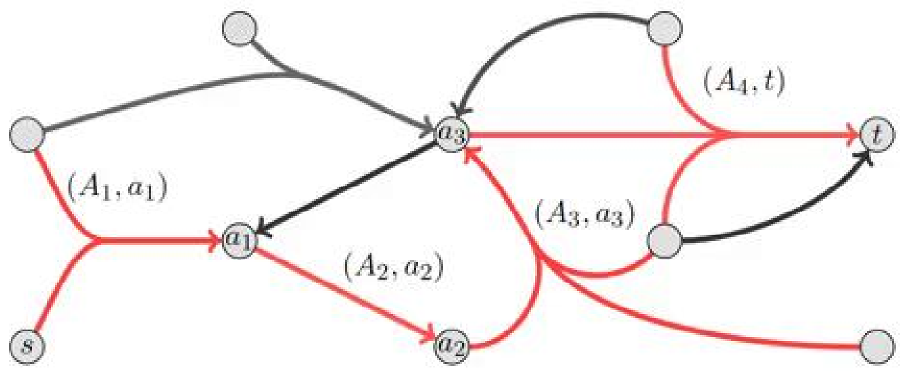


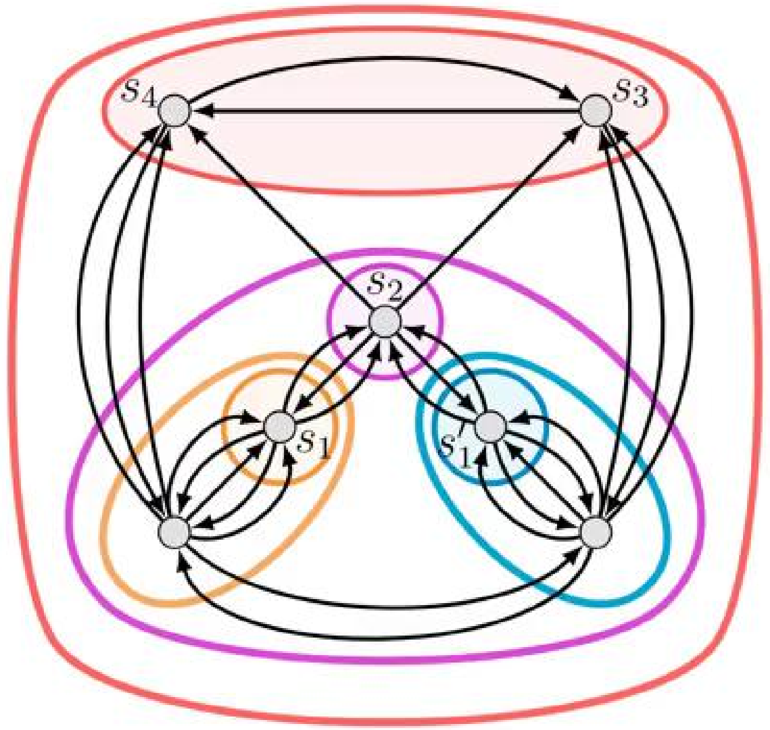


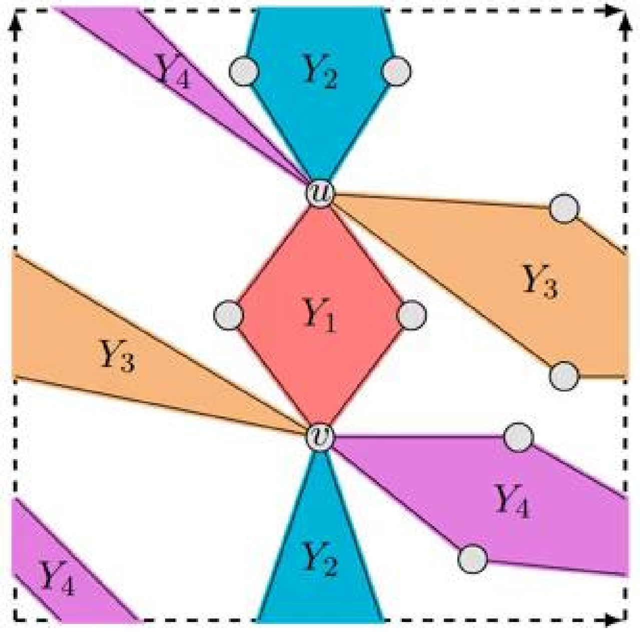
Benjamin Peyrille

`benjamin.peyrille@grenoble-inp.fr`

Doctorant (3ème année) en Théorie des Graphes







Université Grenoble Alpes

Laboratoire G-SCOP

Équipe d'Optimisation Combinatoire (OC)

Qui êtes vous ?

Qui êtes vous ?

Le problème $\mathbf{P} = \mathbf{NP}$

- Je connais pas
- J'en ai entendu parler
- Je peux expliquer le principe
- Je comprends la théorie
- Je suis bientôt millionaire car j'ai la preuve

Qui êtes vous ?

Qui êtes vous ?

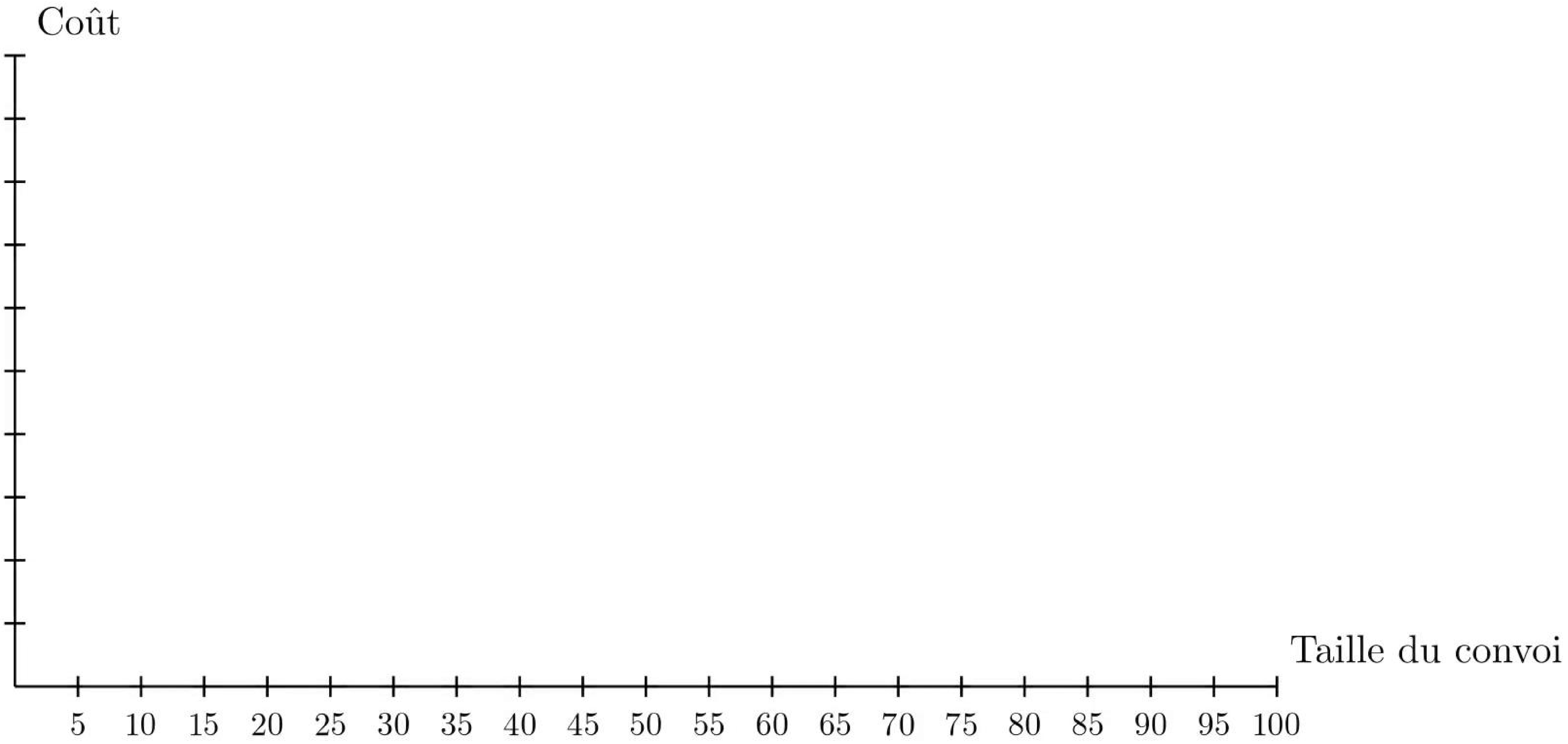
La théorie des graphes

- Je connais pas
- J'en ai entendu parler (*peut être dans une conférence l'an dernier*)
- Je sais trouver le plus court chemin entre deux points
- J'assiste aux journées nationales du Groupe de Travail Graphes du CNRS
- Je mange des théorèmes au petit-déjeuner

1940-1943. Bataille de l'Atlantique

Librement adapté de faits réels

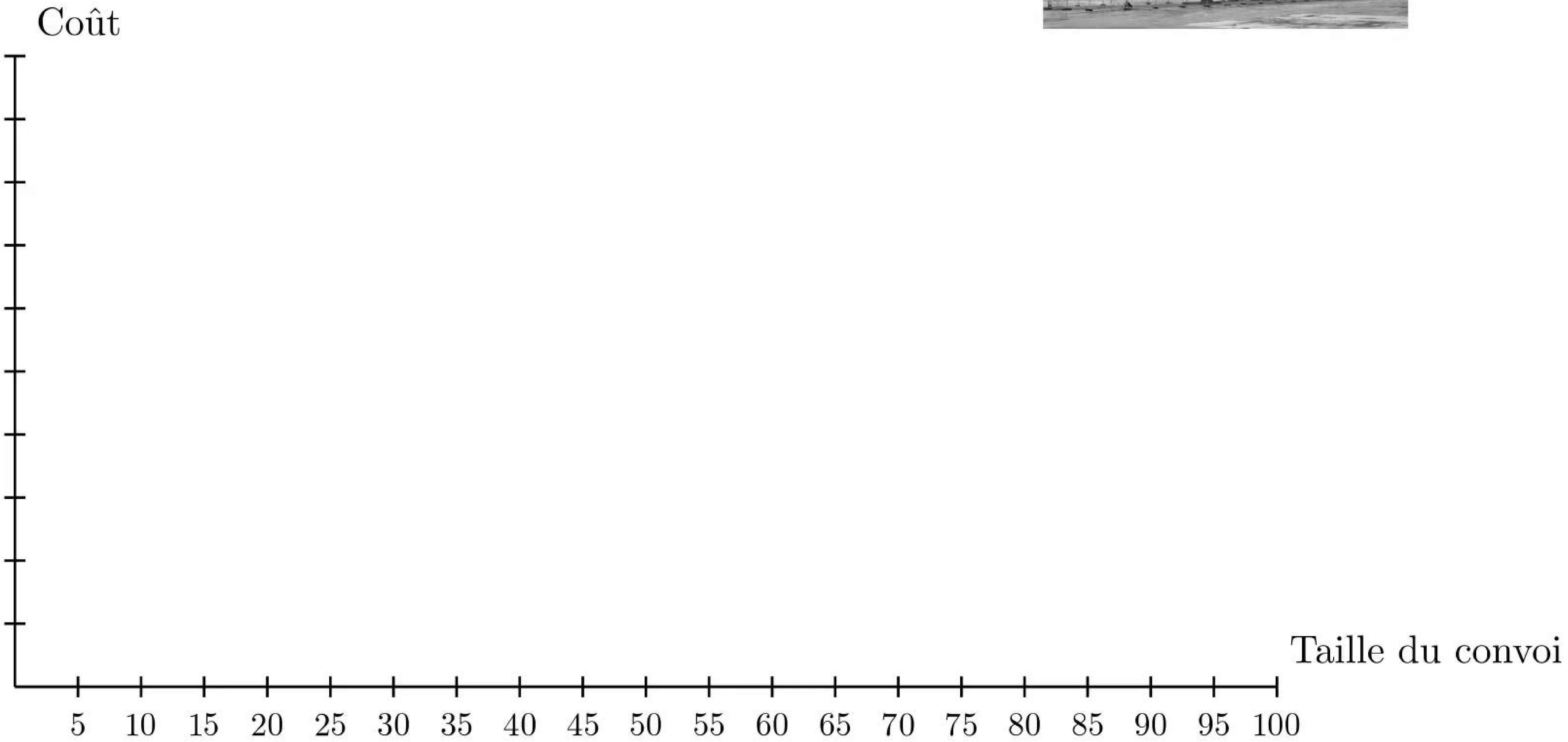
1940-1943. Bataille de l'Atlantique



Librement adapté de faits réels

1940-1943. Bataille de l'Atlantique

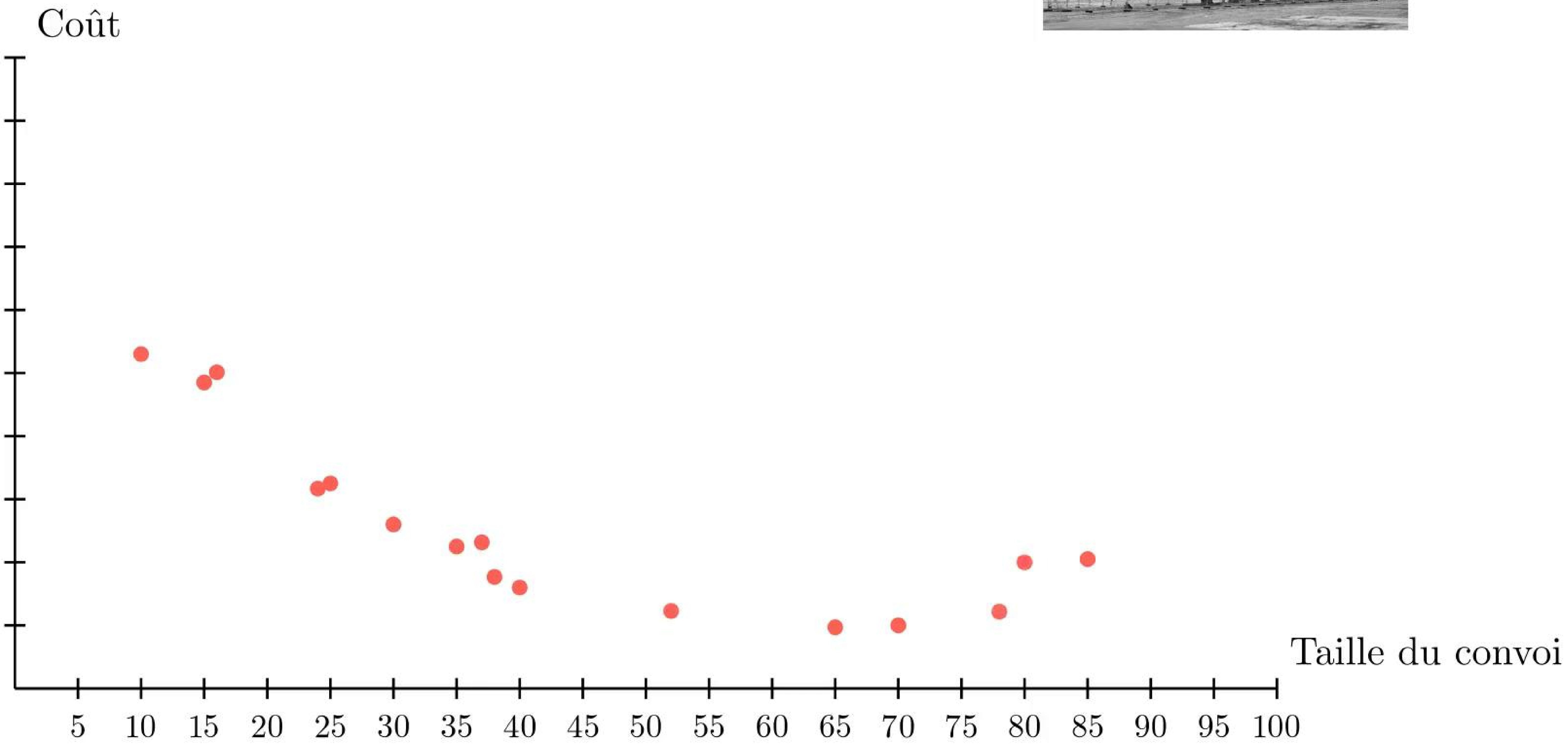
Les convois britanniques se font torpiller par les U-Boat allemands.



Librement adapté de faits réels

1940-1943. Bataille de l'Atlantique

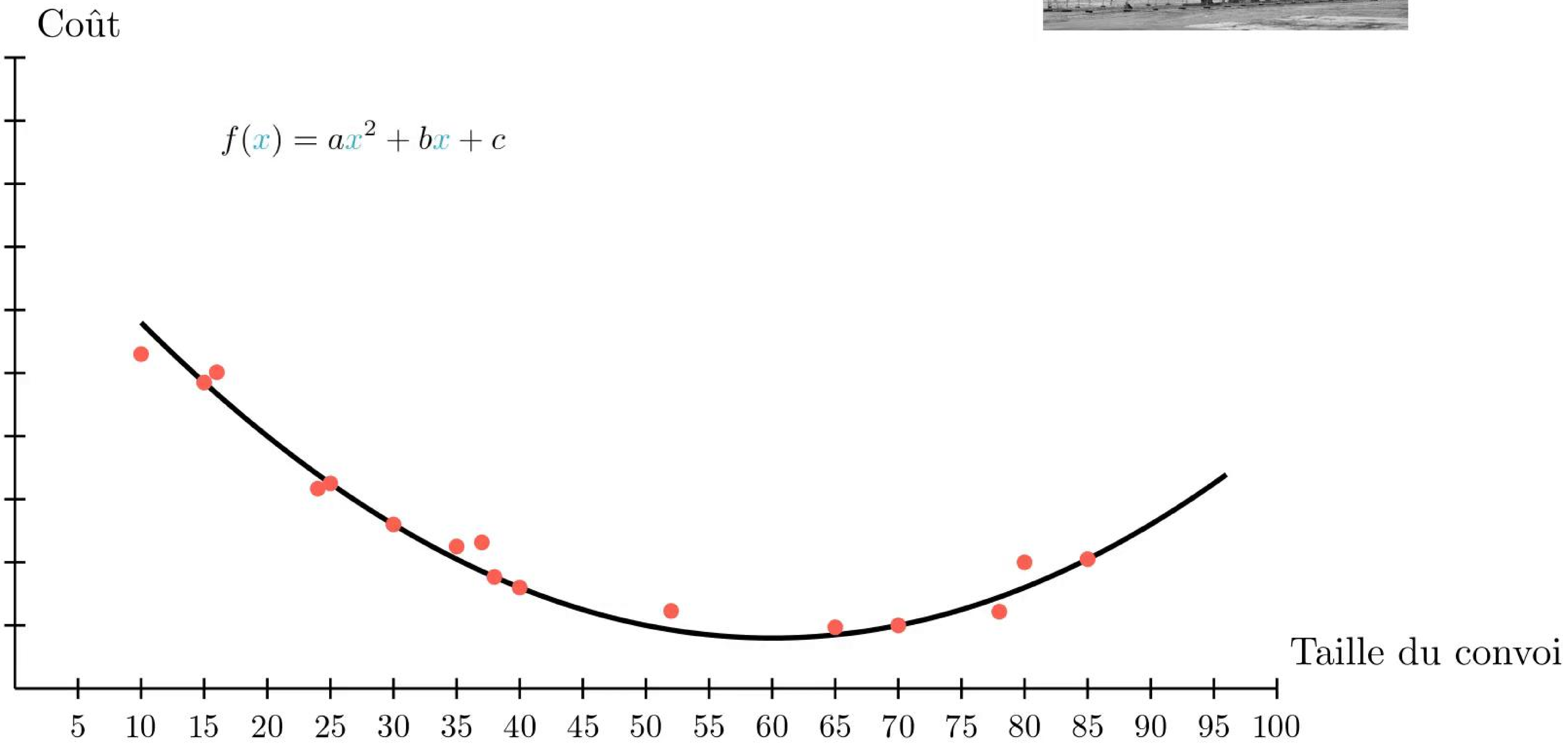
Les convois britanniques se font torpiller par les U-Boat allemands.



Librement adapté de faits réels

1940-1943. Bataille de l'Atlantique

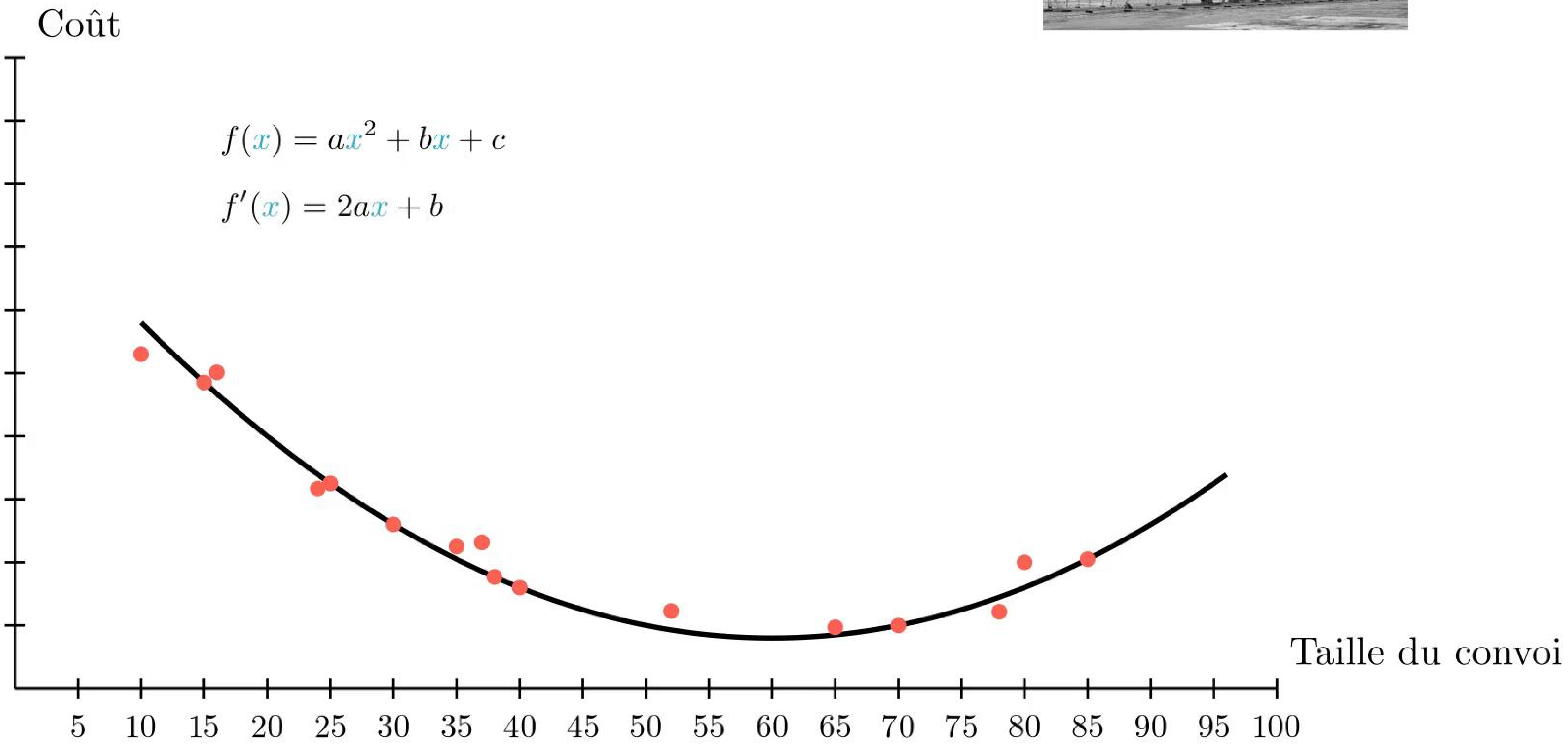
Les convois britanniques se font torpiller par les U-Boat allemands.



Librement adapté de faits réels

1940-1943. Bataille de l'Atlantique

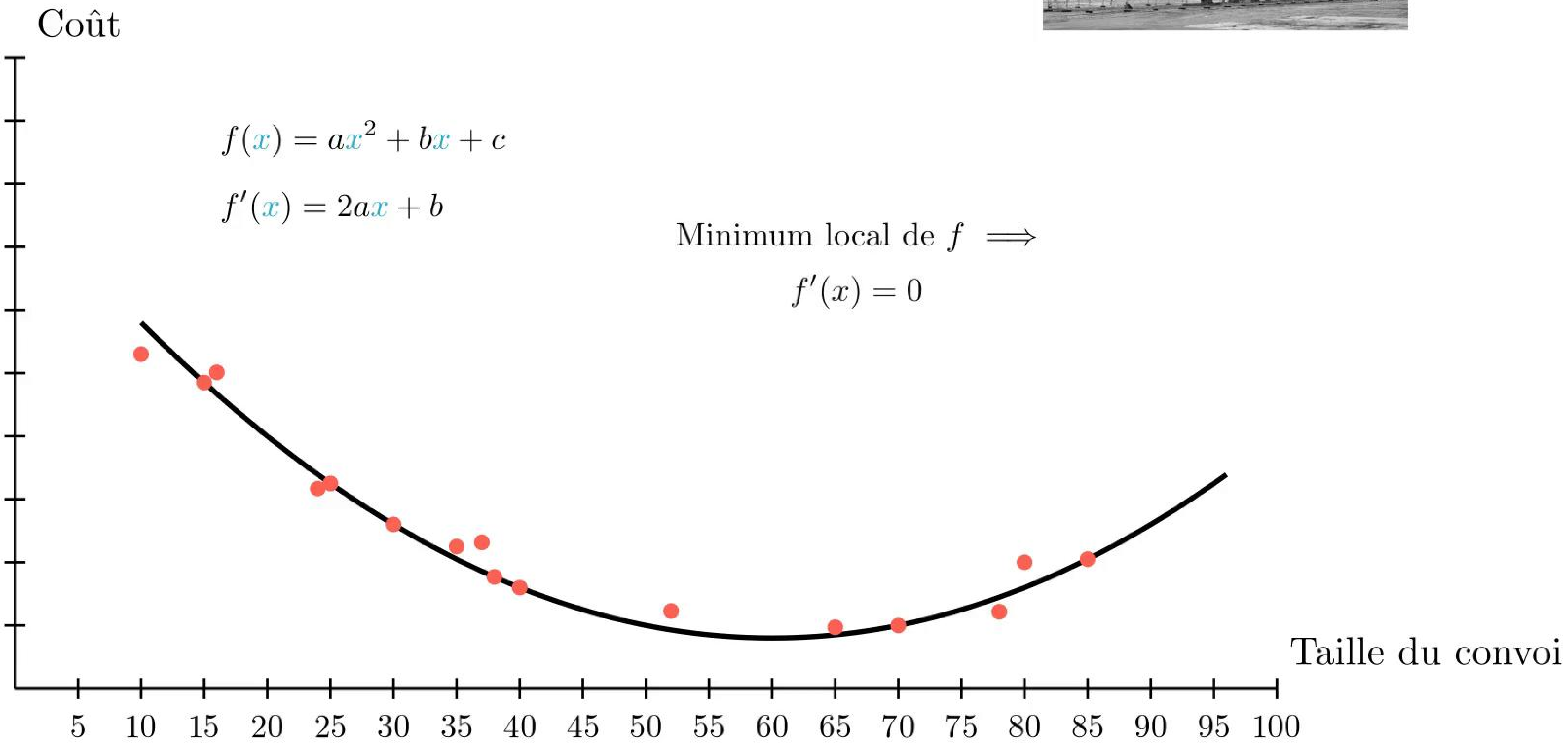
Les convois britanniques se font torpiller par les U-Boat allemands.



Librement adapté de faits réels

1940-1943. Bataille de l'Atlantique

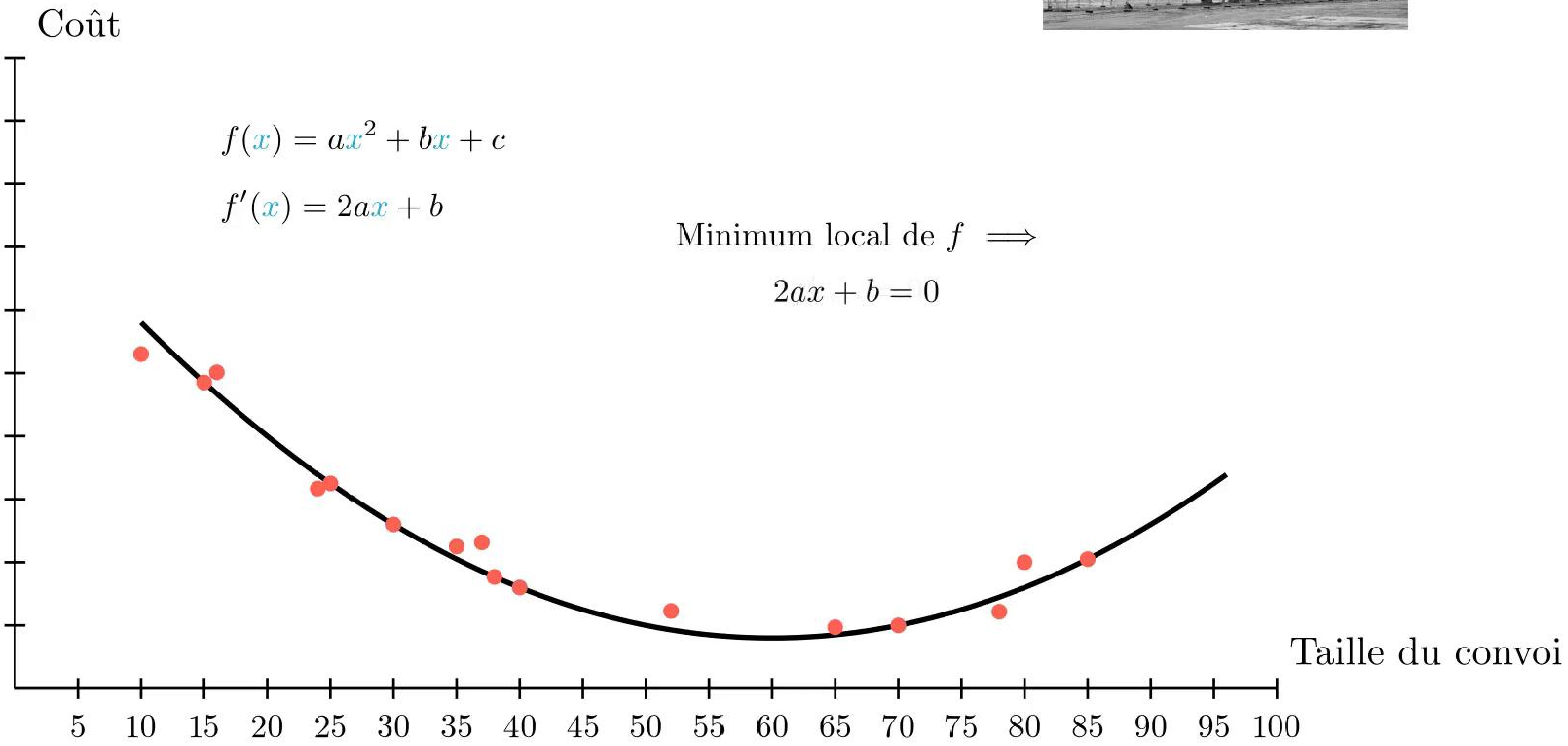
Les convois britanniques se font torpiller par les U-Boat allemands.



Librement adapté de faits réels

1940-1943. Bataille de l'Atlantique

Les convois britanniques se font torpiller par les U-Boat allemands.



$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$f'(x) = 2ax + b$$

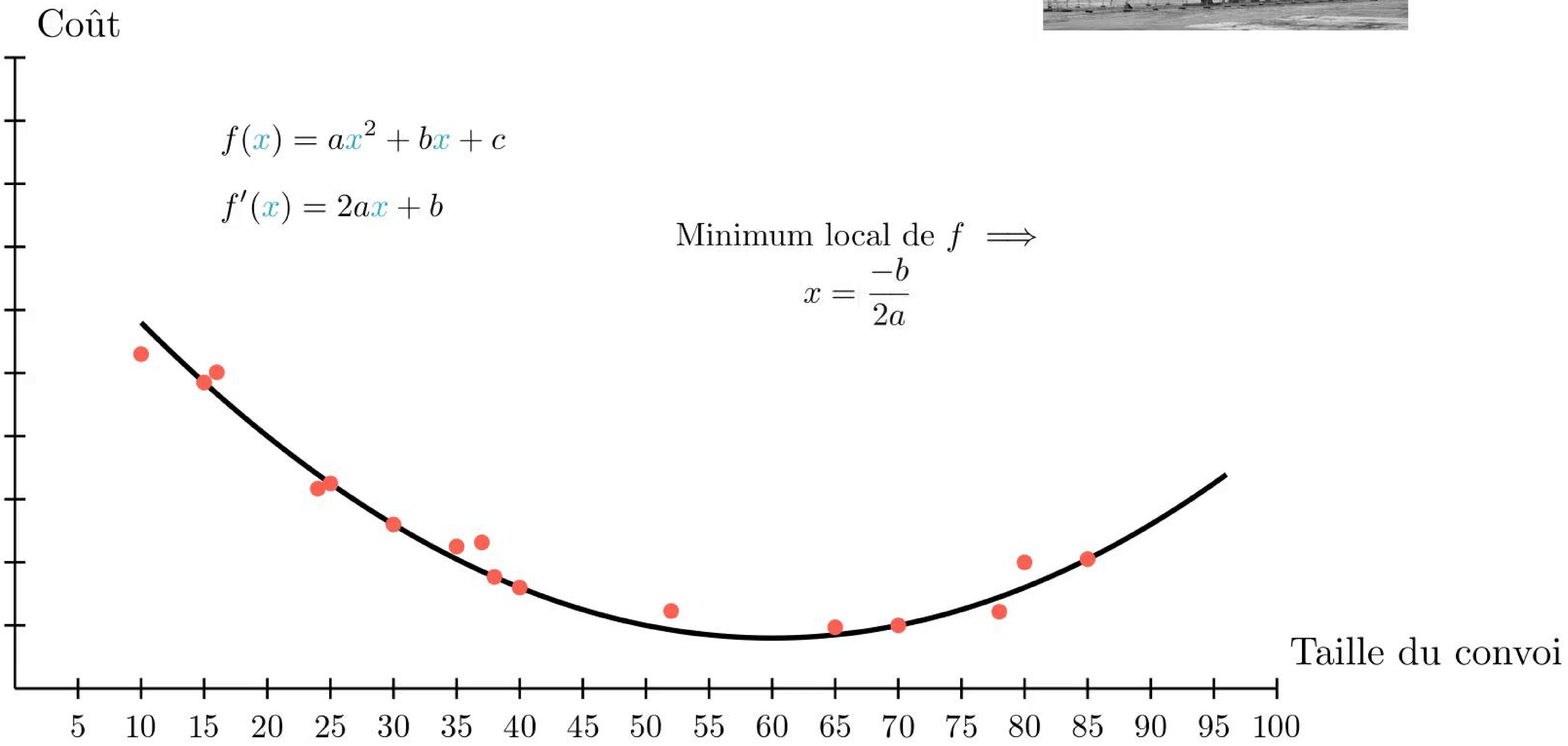
Minimum local de f $\Longrightarrow$

$$2ax + b = 0$$

Librement adapté de faits réels

1940-1943. Bataille de l'Atlantique

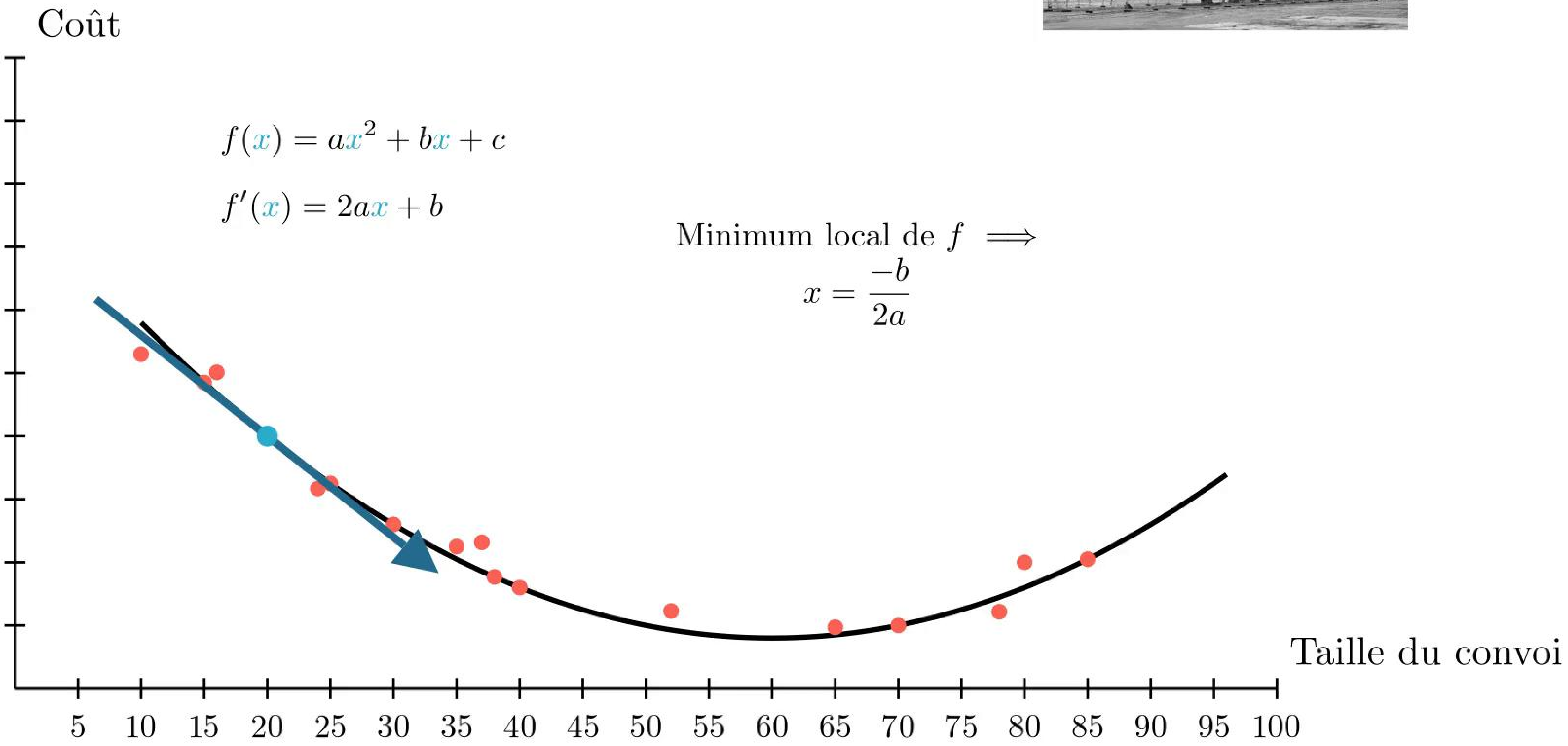
Les convois britanniques se font torpiller par les U-Boat allemands.



Librement adapté de faits réels

1940-1943. Bataille de l'Atlantique

Les convois britanniques se font torpiller par les U-Boat allemands.



$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$f'(x) = 2ax + b$$

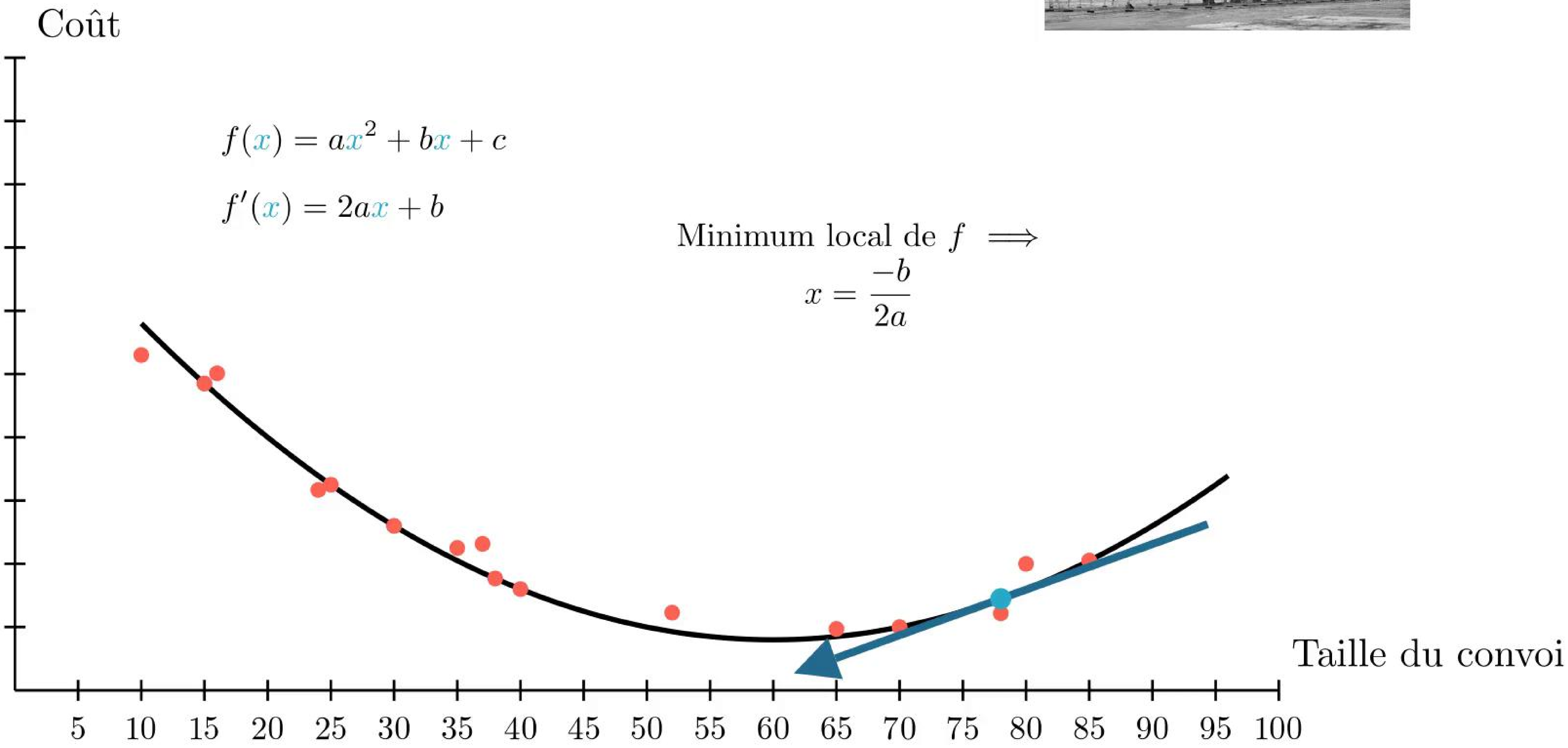
Minimum local de $f \implies$

$$x = \frac{-b}{2a}$$

Librement adapté de faits réels

1940-1943. Bataille de l'Atlantique

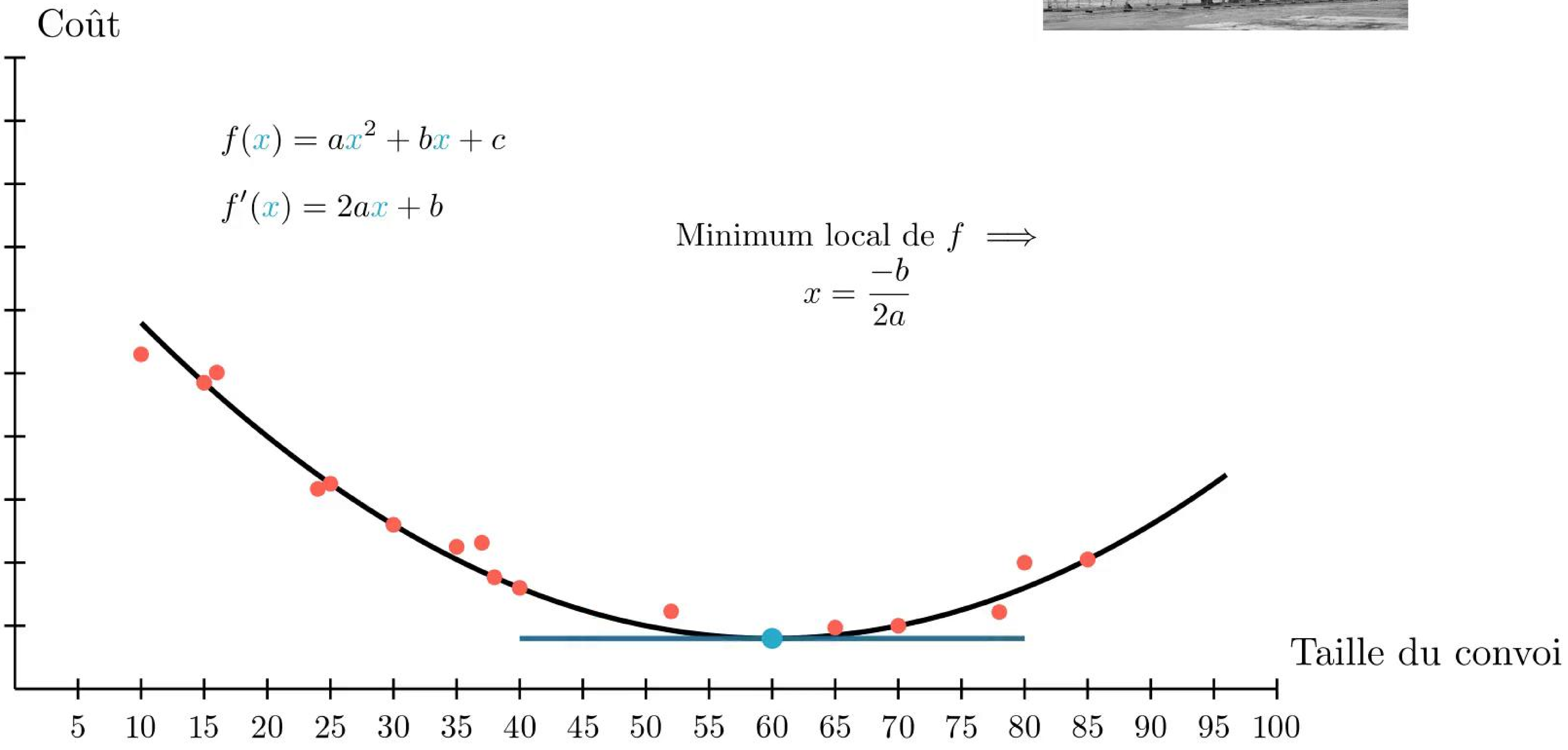
Les convois britanniques se font torpiller par les U-Boat allemands.



Librement adapté de faits réels

1940-1943. Bataille de l'Atlantique

Les convois britanniques se font torpiller par les U-Boat allemands.



Librement adapté de faits réels

La Recherche Opérationnelle

Ensemble de méthodes scientifiques (mathématiques et algorithmiques) en vue de prendre la <u>meilleure décision</u> possible.

La Recherche Opérationnelle

Ensemble de méthodes scientifiques (mathématiques et algorithmiques) en vue de prendre la meilleure décision possible.

L'**ingénieurie** : passer du problème au modèle.

Les **mathématiques** : étudier les modèles, créer des algorithmes de résolution.

L'**informatique** : réaliser ces algorithmes, obtenir une solution.

La Recherche Opérationnelle

Ensemble de méthodes scientifiques (mathématiques et algorithmiques) en vue de prendre la meilleure décision possible.

L'**ingénieurie** : passer du problème au modèle.

Les **mathématiques** : étudier les modèles, créer des algorithmes de résolution.

L'**informatique** : réaliser ces algorithmes, obtenir une solution.

Analyser les solutions afin d'en juger leur qualité et leurs effets secondaires.

Quelques exemples concrets de la Recherche Opérationnelle

Challenge ROADEF
https://roadef.org

ROADEF

2022	Optimisation du chargement 3D des camions	Renault
2020	Planification de la maintenance	RTE
2018	Optimisation de la découpe de verre	Saint Gobain
2016	Amélioration de l'acheminement des stocks	Air Liquide
2014	Gestion des trains en dehors de leurs lignes	SNCF
2012	Réaffectation des machines	Google
2010	Planification des arrêts de centrales électriques	EDF
2009	Gestion des perturbations dans le transport aérien	Amadeus
2007	Planification des interventions	France Télécom
2005	Ordonnancement des chaînes de montage automobile	Renault
2003	Gestion des prises de vue satellites	CNES
2001	Allocation des fréquences radio	CELAR (Armée)
1999	Gestion d'inventaire de matériels	Bouygues

Une ferme bretonne produit des **artichauts** et des **betteraves** à l'aide de deux engrais naturels: les **algues** et le **fumier**.

La production de chaque légume demande:
un temps de travail (en h/kg) et une quantité d'engrai (en L/kg).

La ferme possède 260 Litres d'**algues** et 340 Litres de **fumier**.

Un total de 80kg de légumes doit être produit pour satisfaire la demande locale.

Quelles quantités de légumes produire pour <u>minimiser</u> le temps de travail ?

Une ferme bretonne produit des **artichauts** et des **betteraves** à l'aide de deux engrais naturels: les **algues** et le **fumier**.

La production de chaque légume demande:
un temps de travail (en h/kg) et une quantité d'engrai (en L/kg).

La ferme possède 260 Litres d'**algues** et 340 Litres de **fumier**.

Un total de 80kg de légumes doit être produit pour satisfaire la demande locale.

Quelles quantités de légumes produire pour minimiser le temps de travail ?

	Temps de travail (h/kg)	**Algues** (L/kg)	**Fumier** (L/kg)
Artichauts	4	2	3
Betterave	2	3	5
Stocks		260 Litres	340 Litres

Un total de 80kg de légumes doit être produit pour satisfaire la demande locale.

Quelles quantités de légumes produire pour minimiser le temps de travail ?

	Temps de travail (h/kg)	**Algues** (L/kg)	**Fumier** (L/kg)
Artichauts	4	2	3
Betterave	2	3	5
Stocks		260 Litres	340 Litres

Un total de 80kg de légumes doit être produit pour satisfaire la demande locale.

Quelles quantités de légumes produire pour <u>minimiser</u> le temps de travail ?

	Temps de travail (h/kg)	**Algues** (L/kg)	**Fumier** (L/kg)
Artichauts	4	2	3
Betterave	2	3	5
Stocks		260 Litres	340 Litres

Actions possibles $\Longrightarrow$ **variables de décision**

Un total de 80kg de légumes doit être produit pour satisfaire la demande locale.

Quelles quantités de légumes produire pour <u>minimiser</u> le temps de travail ?

	Temps de travail (h/kg)	**Algues** (L/kg)	**Fumier** (L/kg)
Artichauts	4	2	3
Betterave	2	3	5
Stocks		260 Litres	340 Litres

Actions possibles $\Longrightarrow$ **variables de décision**

p_a : Quantité d'**artichauts** produits (kg)
p_b : Quantité de **betteraves** produites (kg)

Un total de 80kg de légumes doit être produit pour satisfaire la demande locale.

Quelles quantités de légumes produire pour minimiser le temps de travail ?

	Temps de travail (h/kg)	**Algues** (L/kg)	**Fumier** (L/kg)
Artichauts	4	2	3
Betterave	2	3	5
Stocks		260 Litres	340 Litres

Actions possibles $\Longrightarrow$ **variables de décision**

p_a : Quantité d'**artichauts** produits (kg)
p_b : Quantité de **betteraves** produites (kg)

Ce qu'on veut minimiser $\Longrightarrow$ **fonction objectif**

Un total de 80kg de légumes doit être produit pour satisfaire la demande locale.

Quelles quantités de légumes produire pour minimiser le temps de travail ?

	Temps de travail (h/kg)	**Algues** (L/kg)	**Fumier** (L/kg)
Artichauts	4	2	3
Betterave	2	3	5
Stocks		260 Litres	340 Litres

Actions possibles $\Longrightarrow$ **variables de décision**

p_a : Quantité d'**artichauts** produits (kg)
p_b : Quantité de **betteraves** produites (kg)

Ce qu'on veut minimiser $\Longrightarrow$ **fonction objectif**

$$\min_p \quad 4p_a + 2p_b$$

Un total de 80kg de légumes doit être produit pour satisfaire la demande locale.

Quelles quantités de légumes produire pour minimiser le temps de travail ?

	Temps de travail (h/kg)	**Algues** (L/kg)	**Fumier** (L/kg)
Artichauts	4	2	3
Betterave	2	3	5
Stocks		260 Litres	340 Litres

Actions possibles $\implies$ **variables de décision**

p_a : Quantité d'**artichauts** produits (kg)
p_b : Quantité de **betteraves** produites (kg)

Ce qu'on veut minimiser $\implies$ **fonction objectif**

$$\min_{p} \quad 4p_a + 2p_b$$

Les **contraintes**

Un total de 80kg de légumes doit être produit pour satisfaire la demande locale.

Quelles quantités de légumes produire pour <u>minimiser</u> le temps de travail ?

	Temps de travail (h/kg)	**Algues** (L/kg)	**Fumier** (L/kg)
Artichauts	4	2	3
Betterave	2	3	5
Stocks		260 Litres	340 Litres

Actions possibles $\Longrightarrow$ **variables de décision**

p_a : Quantité d'**artichauts** produits (kg)
p_b : Quantité de **betteraves** produites (kg)

Ce qu'on veut minimiser $\Longrightarrow$ **fonction objectif**

$$\min_p \quad 4p_a + 2p_b$$

Les **contraintes**

$$2p_a + 3p_b \leq 260 \text{ L} \quad \text{(Algues)}$$
$$3p_a + 5p_b \leq 340 \text{ L} \quad \text{(Fumier)}$$
$$p_a + p_b \geq 80 \text{ kg} \quad \text{(Requête)}$$
$$p_a \geq 0, p_b \geq 0$$

La Programmation Linéaire

Les programmes linéaires sont des modèles mathématiques exclusivement exprimés sous forme d'équations linéaires.

La Programmation Linéaire

Les programmes linéaires sont des modèles mathématiques exclusivement exprimés sous forme d'équations linéaires.

Nombre fini de **variables** $x_1, x_2, \cdots, x_n$ réelles ($\in \mathbb{R}$)

La Programmation Linéaire

Les programmes linéaires sont des modèles mathématiques
exclusivement exprimés sous forme d'équations linéaires.

Nombre fini de **variables** $x_1, x_2, \cdots, x_n$ réelles ($\in \mathbb{R}$)

Fonction objectif linéaire

$$\max / \min \quad c_1 x_1 + c_2 x_2 + \cdots + c_n x_n$$

La Programmation Linéaire

Les programmes linéaires sont des modèles mathématiques exclusivement exprimés sous forme d'équations linéaires.

Nombre fini de **variables** $x_1, x_2, \cdots, x_n$ réelles ($\in \mathbb{R}$)

Fonction objectif linéaire

$$\max / \min \quad c_1 x_1 + c_2 x_2 + \cdots + c_n x_n$$

Contraintes linéaires:

$$a_1 x_1 + a_2 x_2 + \cdots + a_n x_n \geq b$$
$$a'_1 x_1 + a'_2 x_2 + \cdots + a'_n x_n \leq b'$$
$$a''_1 x_1 + a''_2 x_2 + \cdots + a''_n x_n = b''$$

La Programmation Linéaire

Les programmes linéaires sont des modèles mathématiques exclusivement exprimés sous forme d'équations linéaires.

Nombre fini de **variables** $x_1, x_2, \cdots, x_n$ réelles ($\in \mathbb{R}$)

Fonction objectif linéaire

$$\max / \min \quad c_1 x_1 + c_2 x_2 + \cdots + c_n x_n$$

Contraintes linéaires:

$$a_1 x_1 + a_2 x_2 + \cdots + a_n x_n \geq b$$
$$a'_1 x_1 + a'_2 x_2 + \cdots + a'_n x_n \leq b'$$
$$a''_1 x_1 + a''_2 x_2 + \cdots + a''_n x_n = b''$$

Les contraintes forment un **polyhèdre**, la clé pour résoudre les programmes linéaires !

La Programmation Linéaire

Les programmes linéaires sont des modèles mathématiques
exclusivement exprimés sous forme d'équations linéaires.

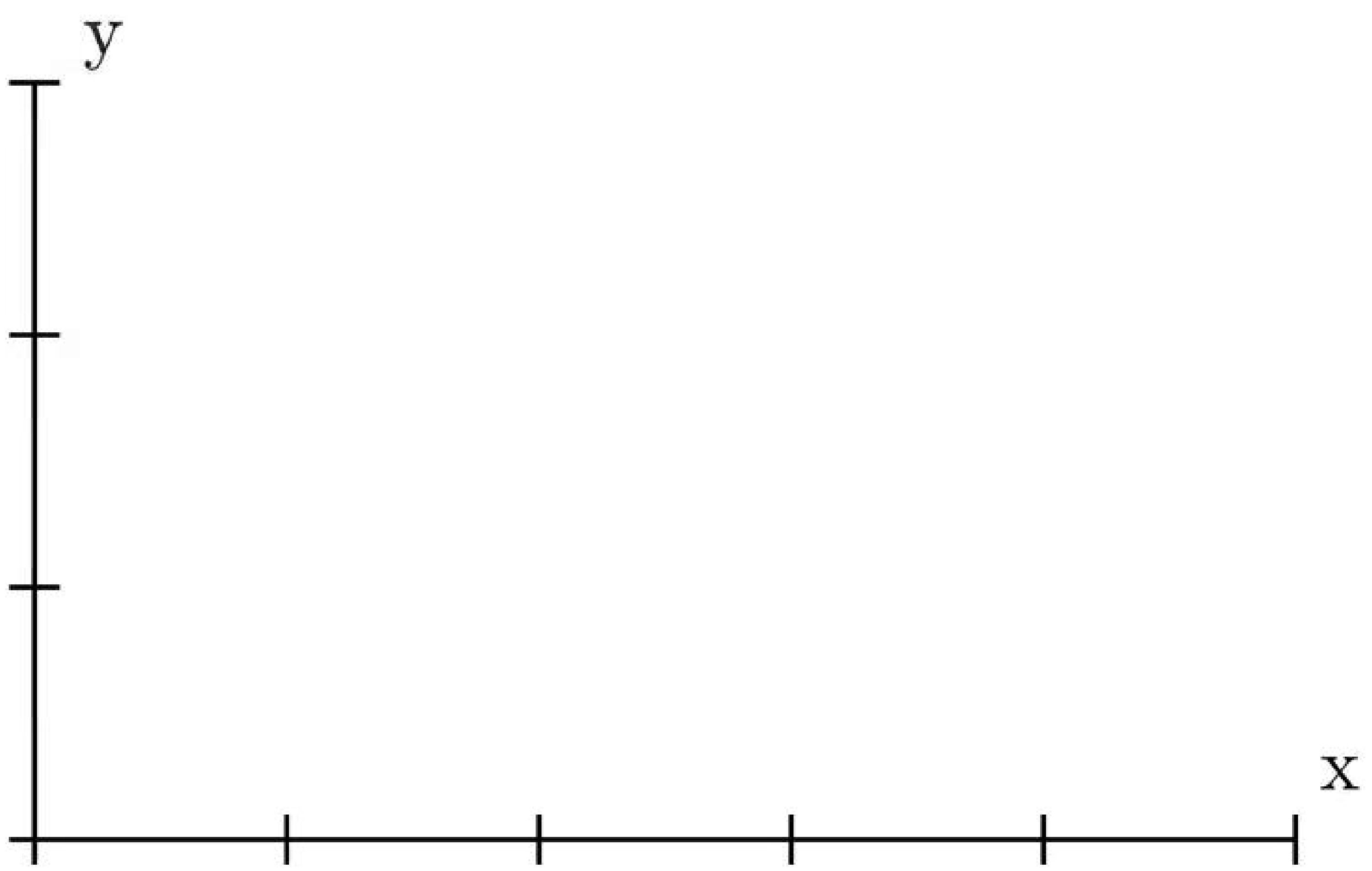
Nombre fini de **variables** $x_1, x_2, \cdots, x_n$ réelles ($\in \mathbb{R}$)

Fonction objectif linéaire

$$\max / \min \quad c_1 x_1 + c_2 x_2 + \cdots + c_n x_n$$

Contraintes linéaires:

$$a_1 x_1 + a_2 x_2 + \cdots + a_n x_n \geq b$$
$$a'_1 x_1 + a'_2 x_2 + \cdots + a'_n x_n \leq b'$$
$$a''_1 x_1 + a''_2 x_2 + \cdots + a''_n x_n = b''$$



Les contraintes forment un **polyhèdre**, la clé pour résoudre les programmes linéaires !

La Programmation Linéaire

Les programmes linéaires sont des modèles mathématiques exclusivement exprimés sous forme d'équations linéaires.

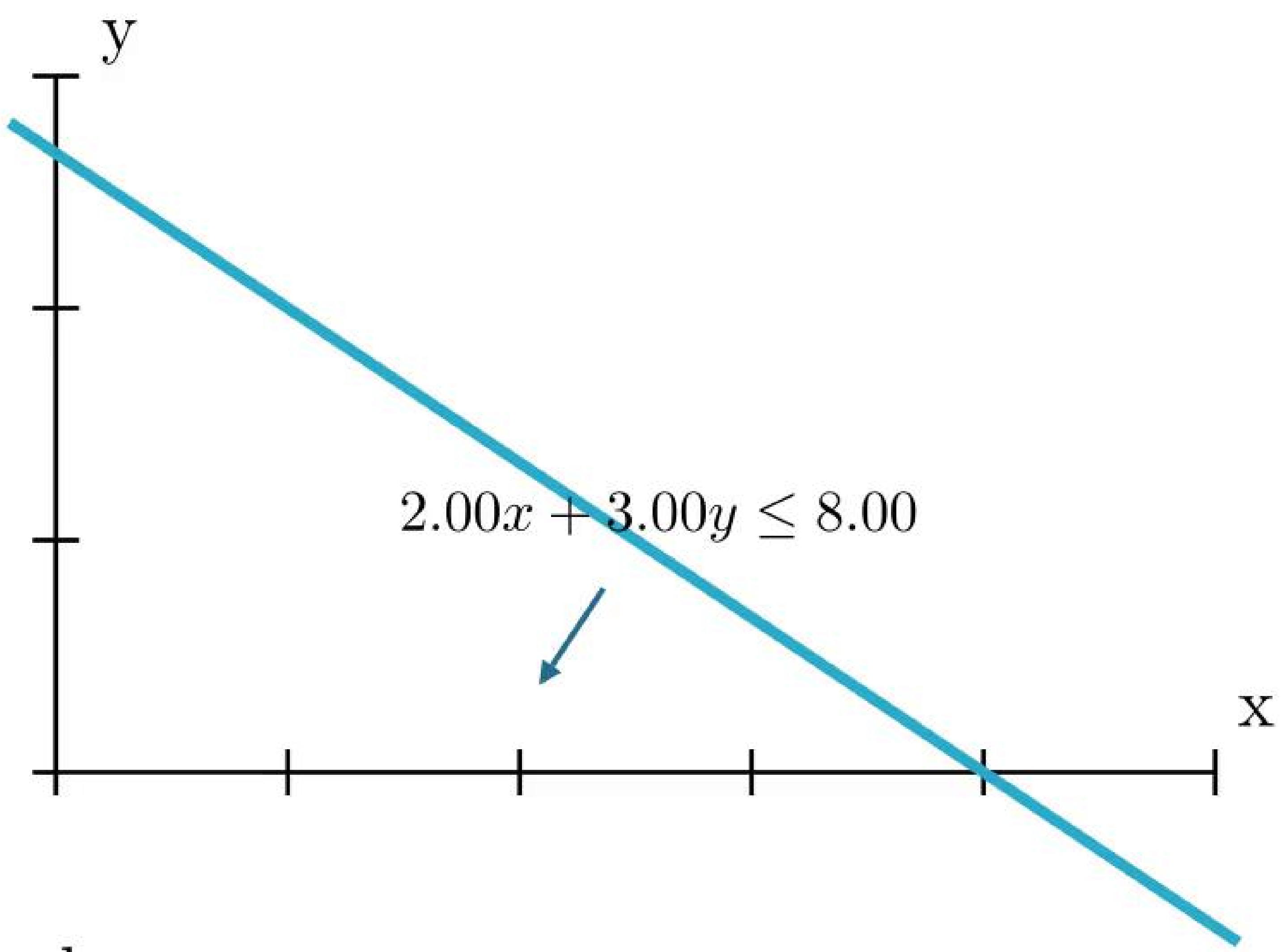
Nombre fini de **variables** $x_1, x_2, \cdots, x_n$ réelles ($\in \mathbb{R}$)

Fonction objectif linéaire

$$\max / \min \quad c_1 x_1 + c_2 x_2 + \cdots + c_n x_n$$

Contraintes linéaires:

$$a_1 x_1 + a_2 x_2 + \cdots + a_n x_n \geq b$$
$$a'_1 x_1 + a'_2 x_2 + \cdots + a'_n x_n \leq b'$$
$$a''_1 x_1 + a''_2 x_2 + \cdots + a''_n x_n = b''$$



Les contraintes forment un **polyhèdre**, la clé pour résoudre les programmes linéaires !

La Programmation Linéaire

Les programmes linéaires sont des modèles mathématiques exclusivement exprimés sous forme d'équations linéaires.

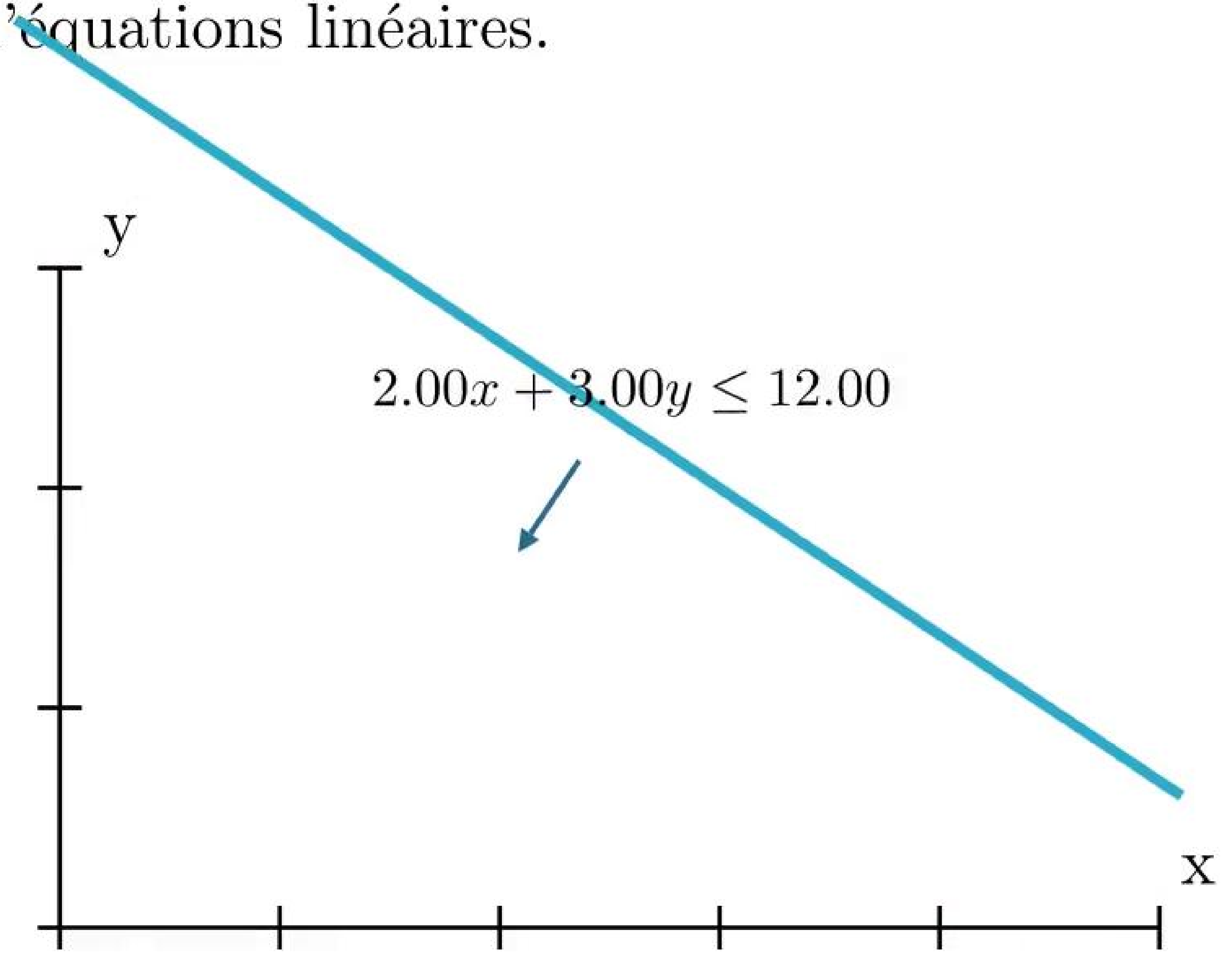
Nombre fini de **variables** $x_1, x_2, \cdots, x_n$ réelles ($\in \mathbb{R}$)

Fonction objectif linéaire

$$\max / \min \quad c_1 x_1 + c_2 x_2 + \cdots + c_n x_n$$

Contraintes linéaires:

$$a_1 x_1 + a_2 x_2 + \cdots + a_n x_n \geq b$$
$$a'_1 x_1 + a'_2 x_2 + \cdots + a'_n x_n \leq b'$$
$$a''_1 x_1 + a''_2 x_2 + \cdots + a''_n x_n = b''$$



Les contraintes forment un **polyhèdre**, la clé pour résoudre les programmes linéaires !

La Programmation Linéaire

Les programmes linéaires sont des modèles mathématiques exclusivement exprimés sous forme d'équations linéaires.

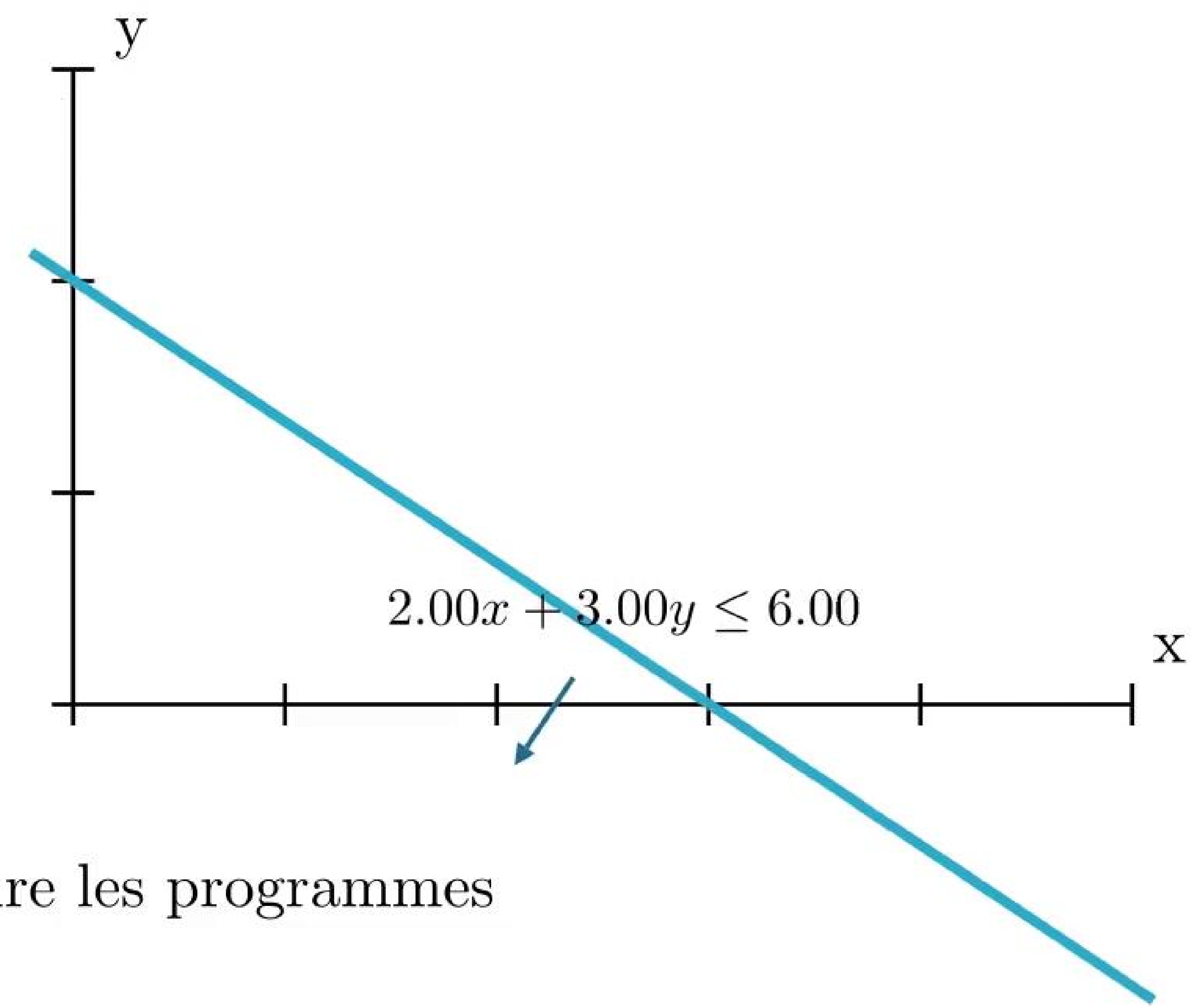
Nombre fini de **variables** $x_1, x_2, \cdots, x_n$ réelles ($\in \mathbb{R}$)

Fonction objectif linéaire

$$\max / \min \quad c_1 x_1 + c_2 x_2 + \cdots + c_n x_n$$

Contraintes linéaires:

$$a_1 x_1 + a_2 x_2 + \cdots + a_n x_n \geq b$$
$$a'_1 x_1 + a'_2 x_2 + \cdots + a'_n x_n \leq b'$$
$$a''_1 x_1 + a''_2 x_2 + \cdots + a''_n x_n = b''$$

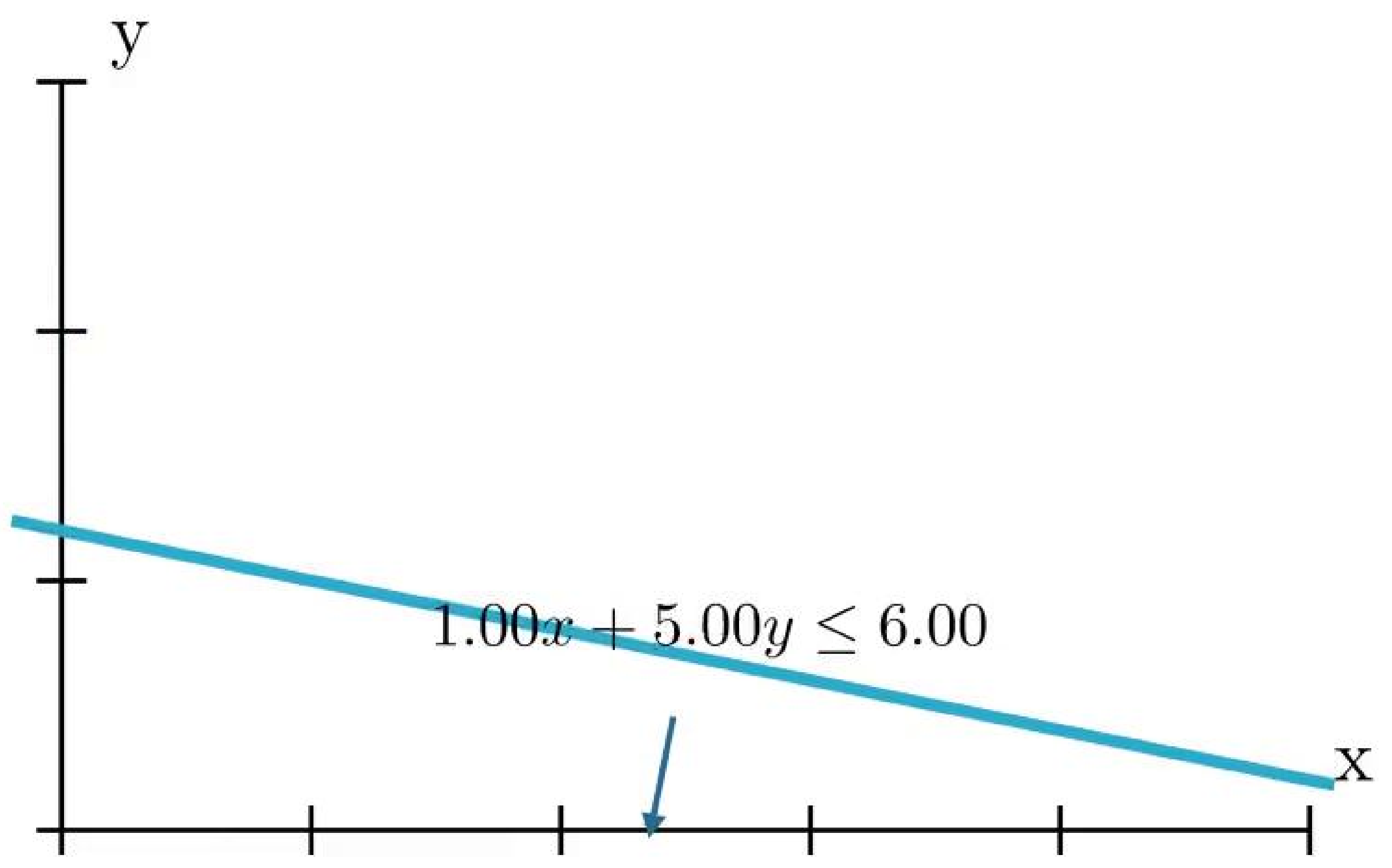


Les contraintes forment un **polyhèdre**, la clé pour résoudre les programmes linéaires !

La Programmation Linéaire

Les programmes linéaires sont des modèles mathématiques exclusivement exprimés sous forme d'équations linéaires.

Nombre fini de **variables** $x_1, x_2, \cdots, x_n$ réelles ($\in \mathbb{R}$)



Fonction objectif linéaire

$$\max / \min \quad c_1 x_1 + c_2 x_2 + \cdots + c_n x_n$$

Contraintes linéaires:

$$a_1 x_1 + a_2 x_2 + \cdots + a_n x_n \geq b$$
$$a'_1 x_1 + a'_2 x_2 + \cdots + a'_n x_n \leq b'$$
$$a''_1 x_1 + a''_2 x_2 + \cdots + a''_n x_n = b''$$

Les contraintes forment un **polyhèdre**, la clé pour résoudre les programmes linéaires !

La Programmation Linéaire

Les programmes linéaires sont des modèles mathématiques exclusivement exprimés sous forme d'équations linéaires.

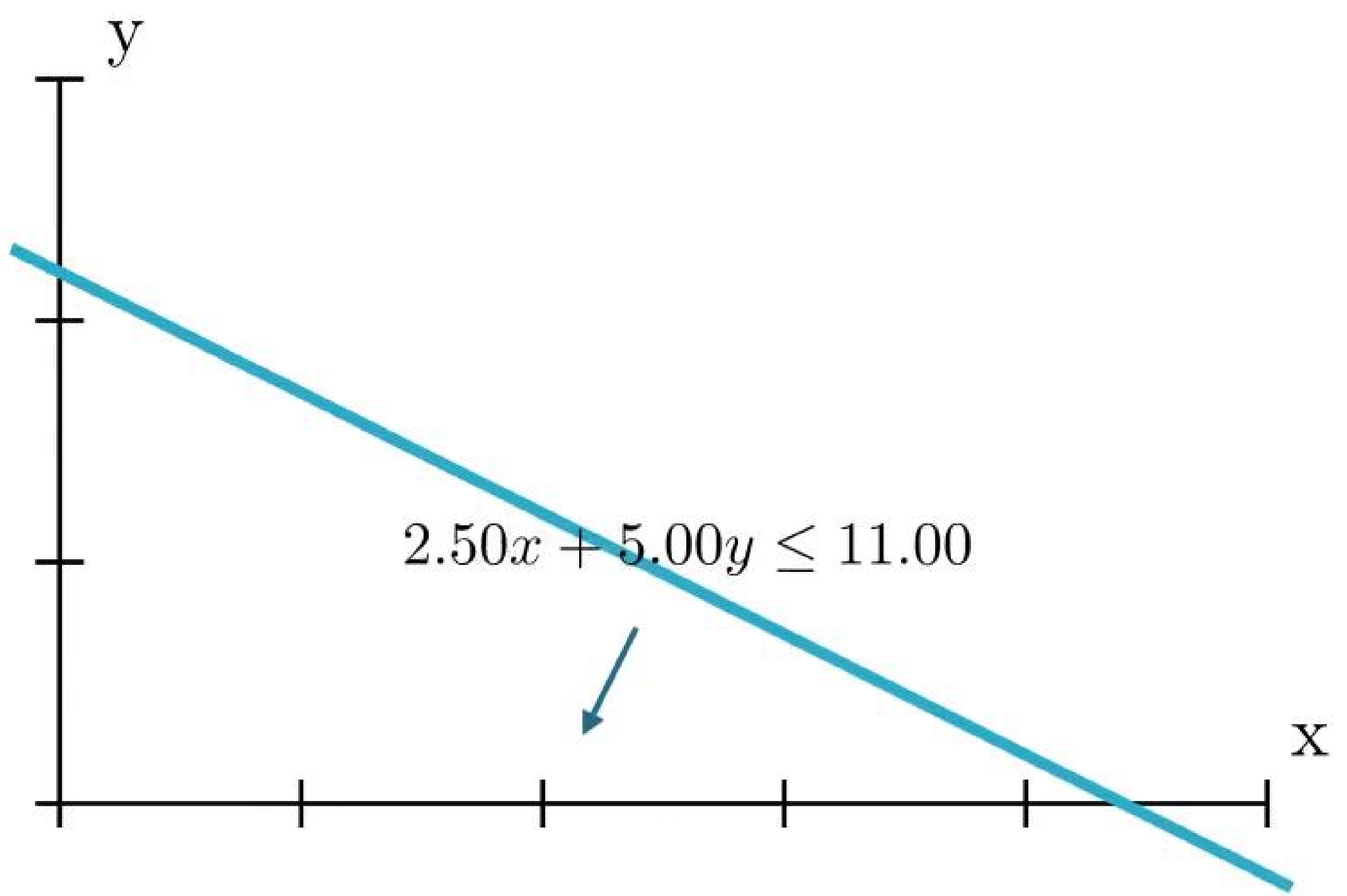
Nombre fini de **variables** $x_1, x_2, \cdots, x_n$ réelles ($\in \mathbb{R}$)

Fonction objectif linéaire

$$\max / \min \quad c_1 x_1 + c_2 x_2 + \cdots + c_n x_n$$

Contraintes linéaires:

$$a_1 x_1 + a_2 x_2 + \cdots + a_n x_n \geq b$$
$$a'_1 x_1 + a'_2 x_2 + \cdots + a'_n x_n \leq b'$$
$$a''_1 x_1 + a''_2 x_2 + \cdots + a''_n x_n = b''$$



Les contraintes forment un **polyhèdre**, la clé pour résoudre les programmes linéaires !

La Programmation Linéaire

Les programmes linéaires sont des modèles mathématiques exclusivement exprimés sous forme d'équations linéaires.

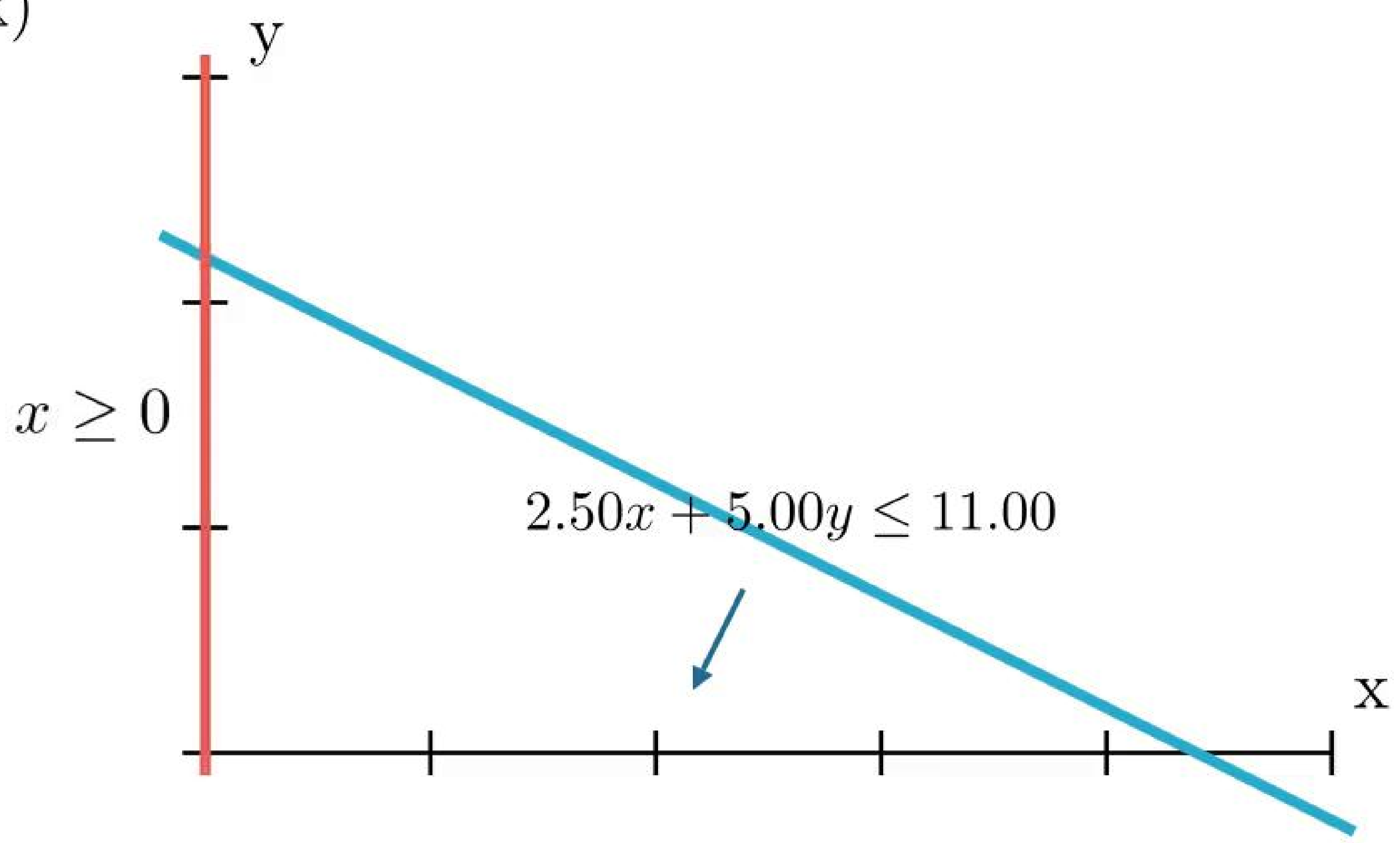
Nombre fini de **variables** $x_1, x_2, \cdots, x_n$ réelles ($\in \mathbb{R}$)

Fonction objectif linéaire

$$\max / \min \quad c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n$$

Contraintes linéaires:

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n \geq b$$
$$a'_1x_1 + a'_2x_2 + \cdots + a'_nx_n \leq b'$$
$$a''_1x_1 + a''_2x_2 + \cdots + a''_nx_n = b''$$



Les contraintes forment un **polyhèdre**, la clé pour résoudre les programmes linéaires !

La Programmation Linéaire

Les programmes linéaires sont des modèles mathématiques exclusivement exprimés sous forme d'équations linéaires.

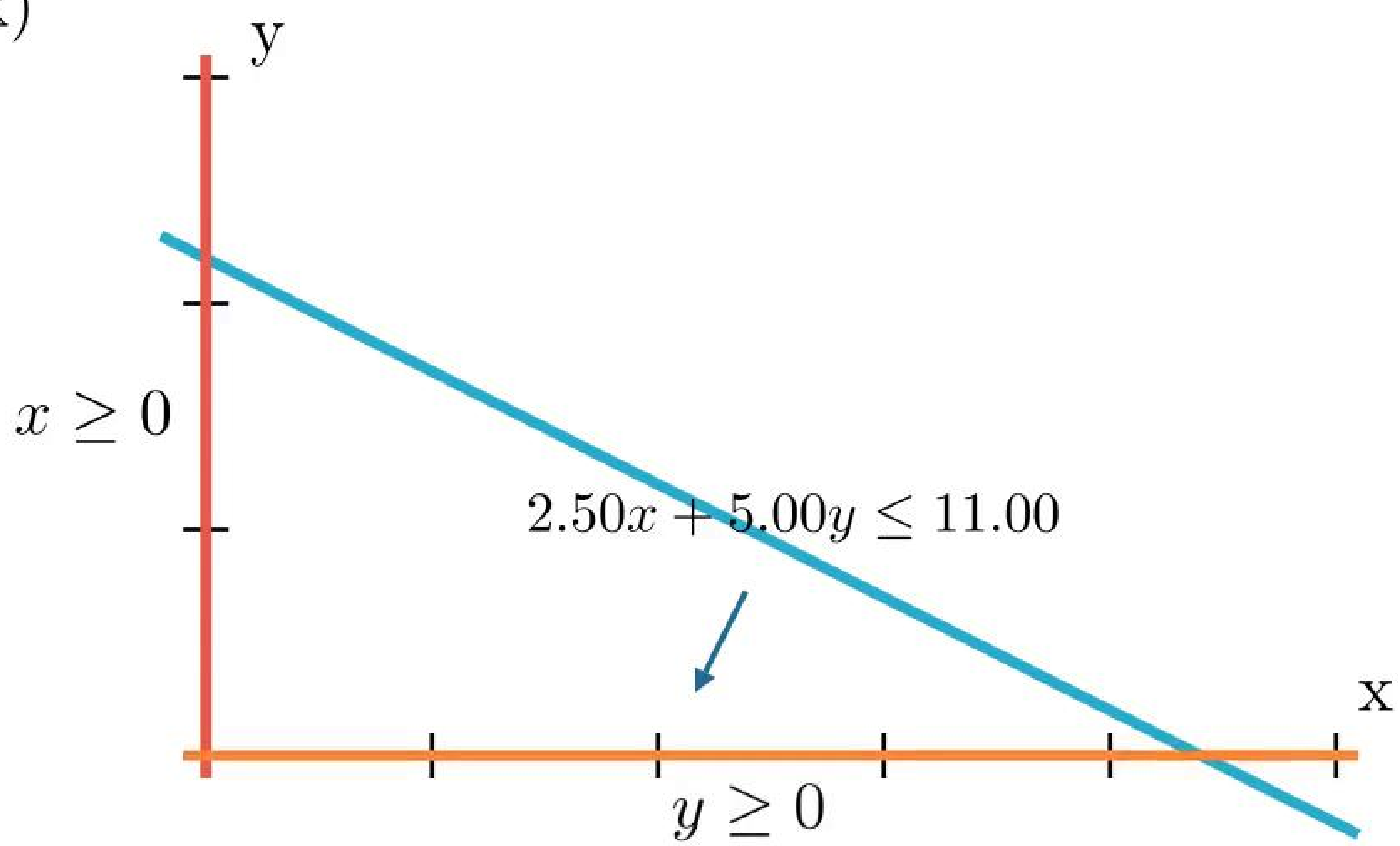
Nombre fini de **variables** $x_1, x_2, \cdots, x_n$ réelles ($\in \mathbb{R}$)

Fonction objectif linéaire

$$\max / \min \quad c_1 x_1 + c_2 x_2 + \cdots + c_n x_n$$

Contraintes linéaires:

$$a_1 x_1 + a_2 x_2 + \cdots + a_n x_n \geq b$$
$$a'_1 x_1 + a'_2 x_2 + \cdots + a'_n x_n \leq b'$$
$$a''_1 x_1 + a''_2 x_2 + \cdots + a''_n x_n = b''$$



Les contraintes forment un **polyhèdre**, la clé pour résoudre les programmes linéaires !

La Programmation Linéaire

Les programmes linéaires sont des modèles mathématiques exclusivement exprimés sous forme d'équations linéaires.

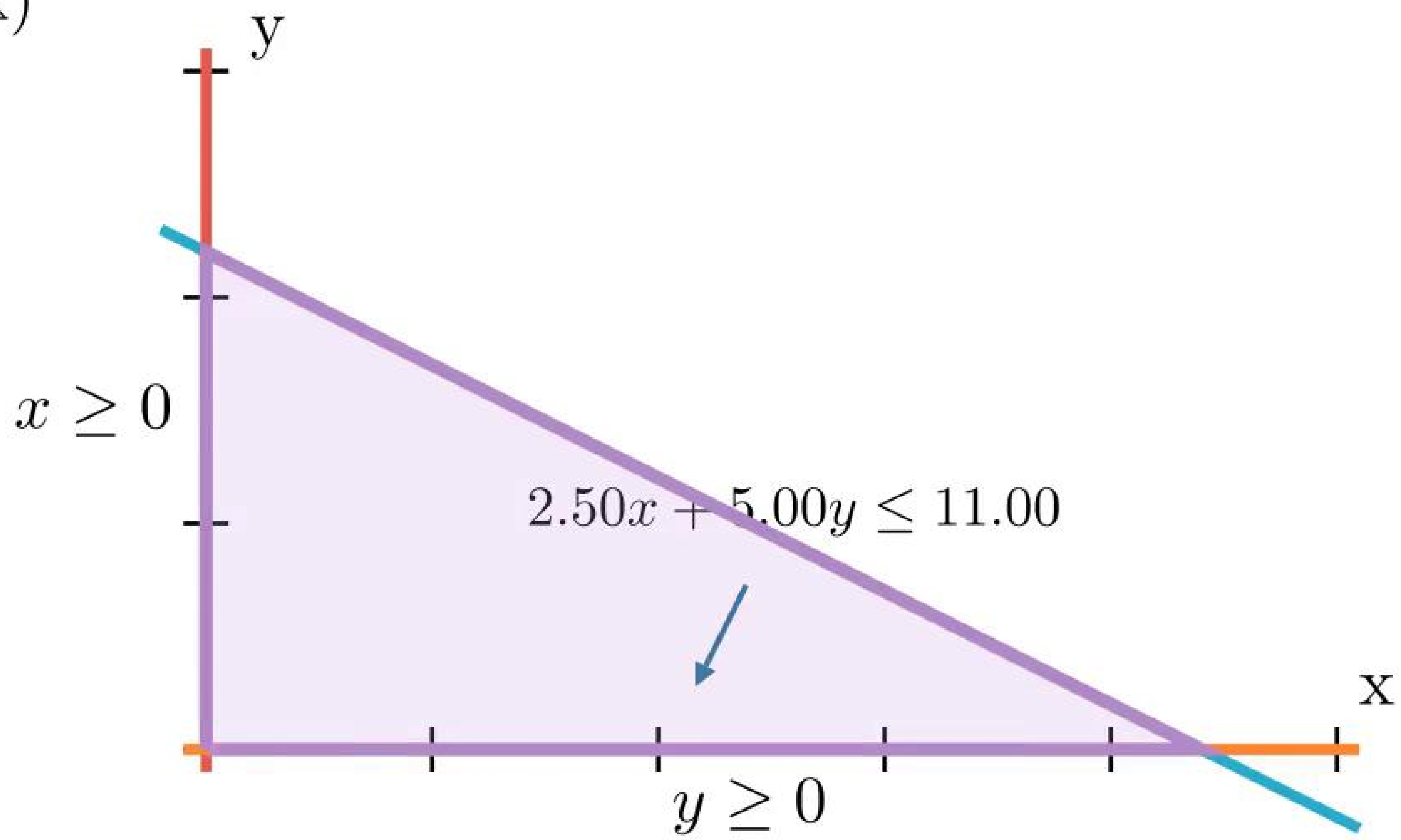
Nombre fini de **variables** $x_1, x_2, \cdots, x_n$ réelles ($\in \mathbb{R}$)

Fonction objectif linéaire

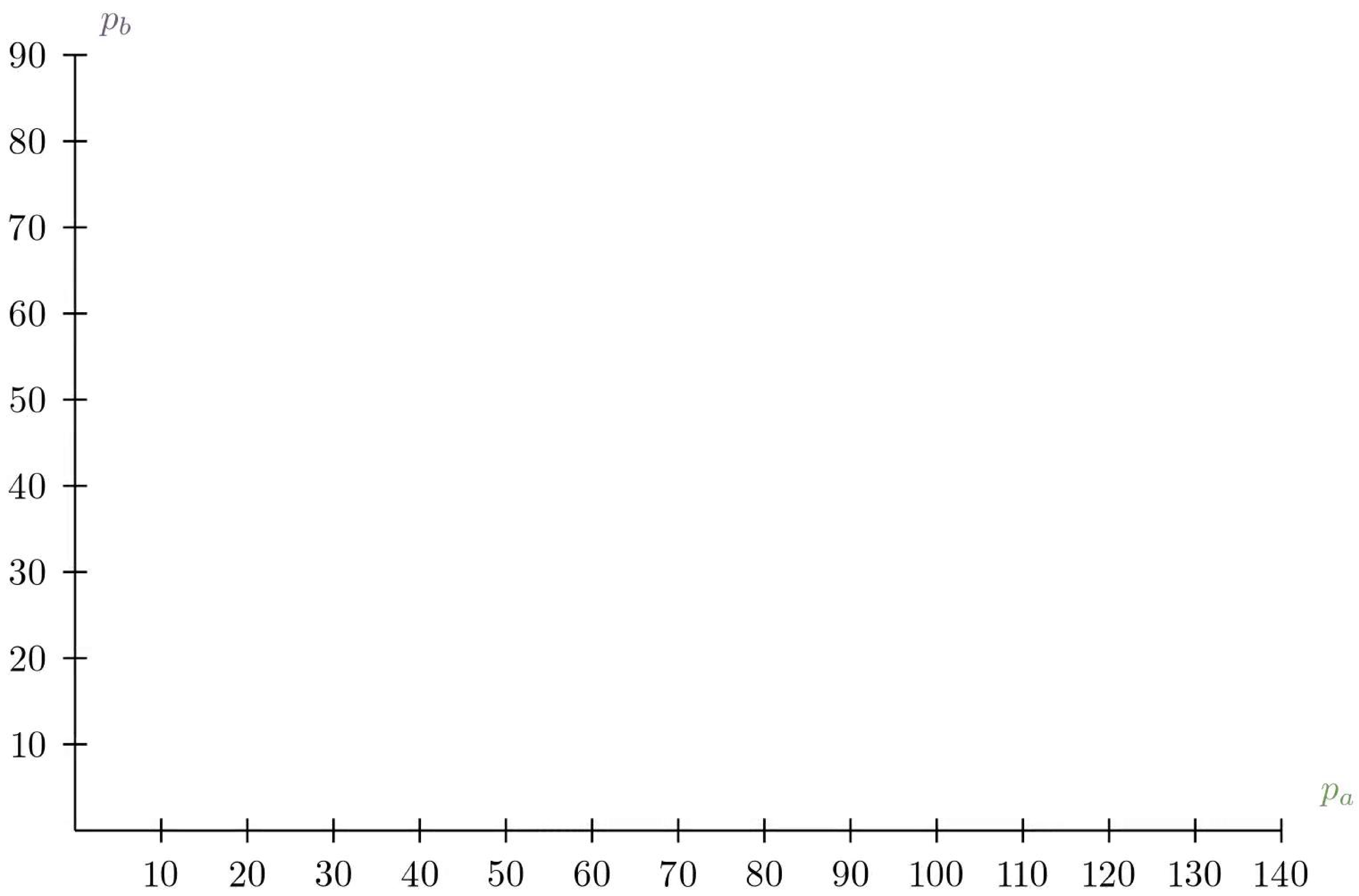
$$\max / \min \quad c_1 x_1 + c_2 x_2 + \cdots + c_n x_n$$

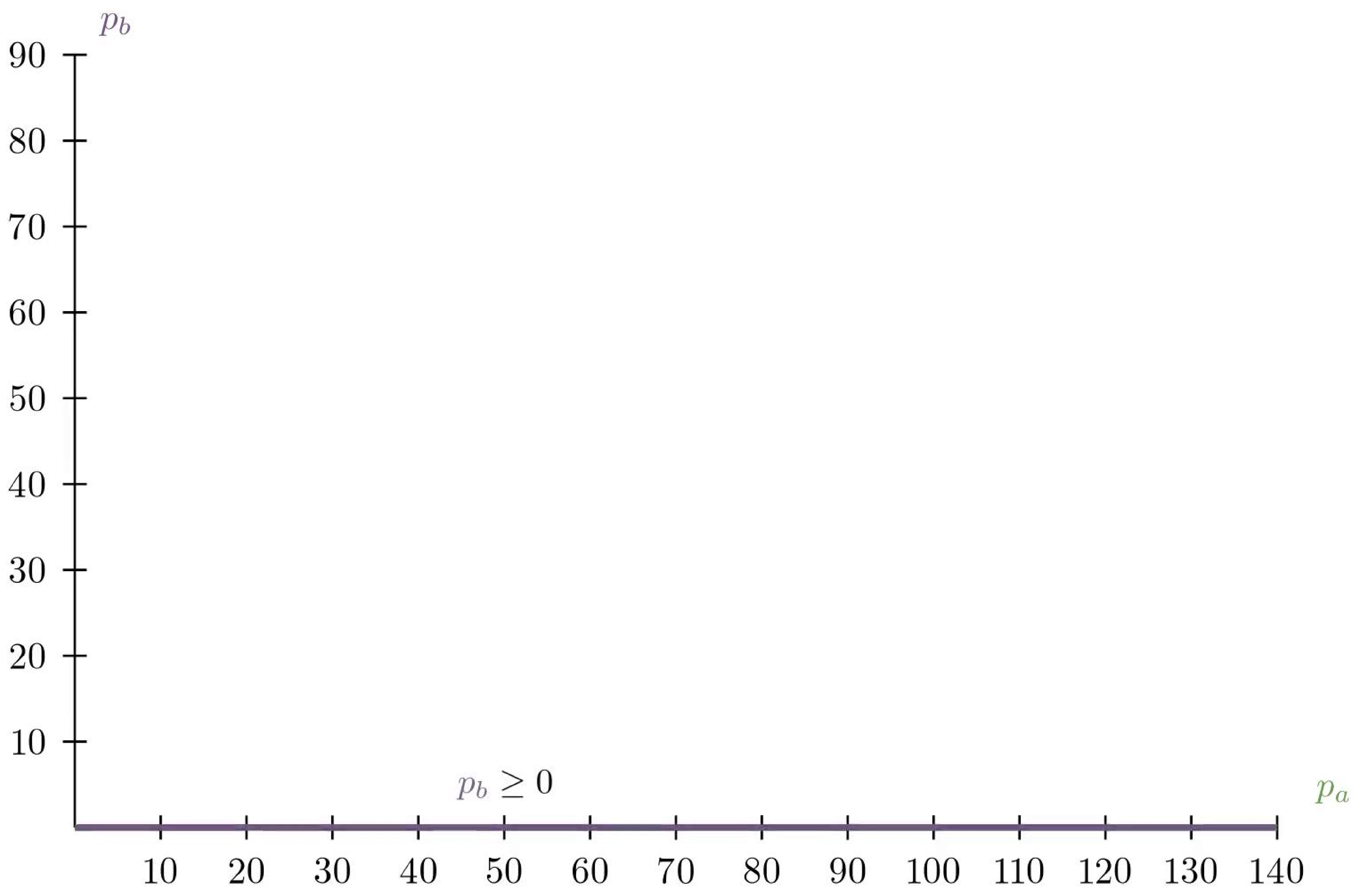
Contraintes linéaires:

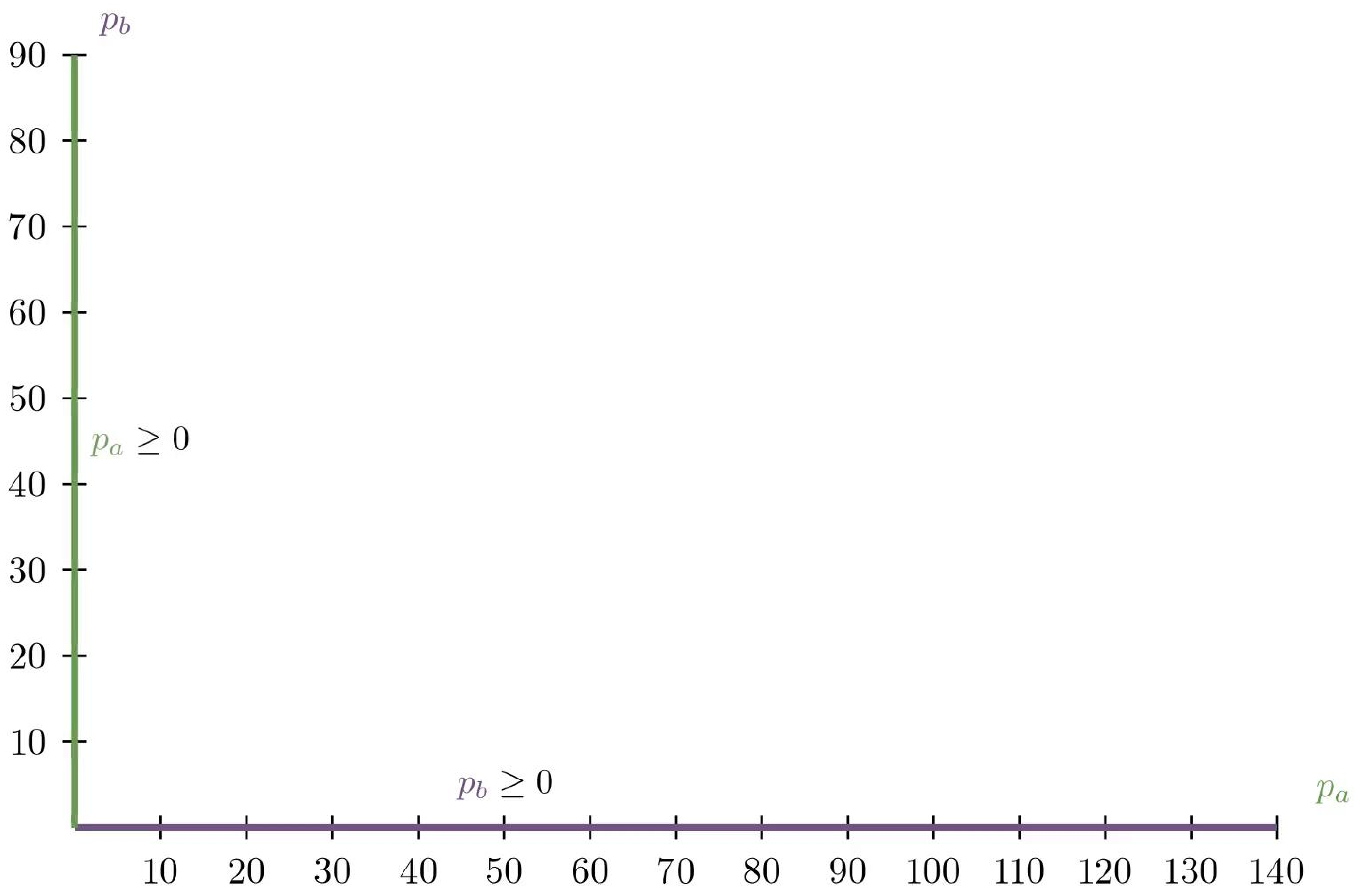
$$a_1 x_1 + a_2 x_2 + \cdots + a_n x_n \geq b$$
$$a'_1 x_1 + a'_2 x_2 + \cdots + a'_n x_n \leq b'$$
$$a''_1 x_1 + a''_2 x_2 + \cdots + a''_n x_n = b''$$



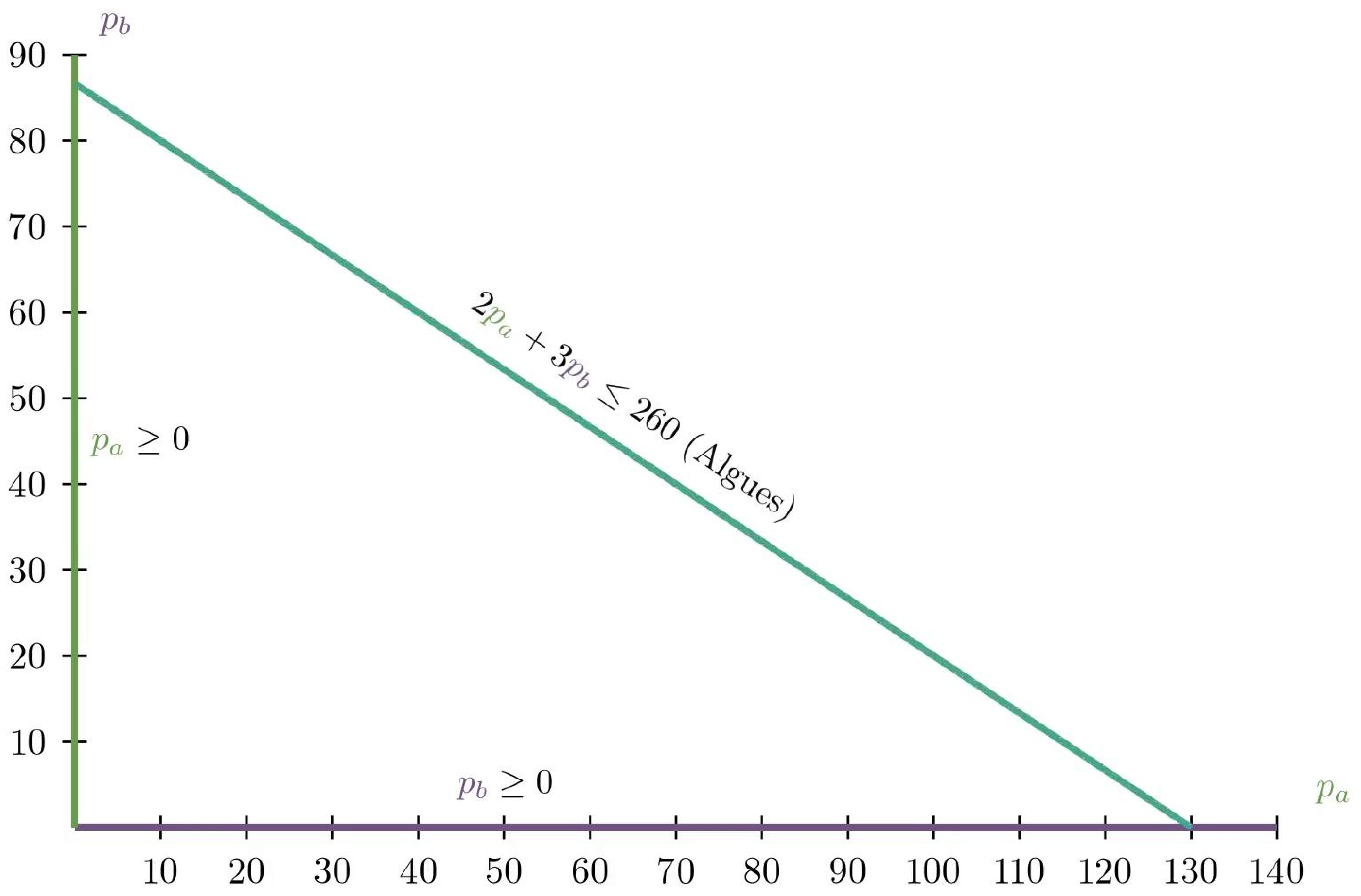
Les contraintes forment un **polyhèdre**, la clé pour résoudre les programmes linéaires !


p_b
90
80
70
60
50
40
30
20
10
p_a
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
110
120
130
140

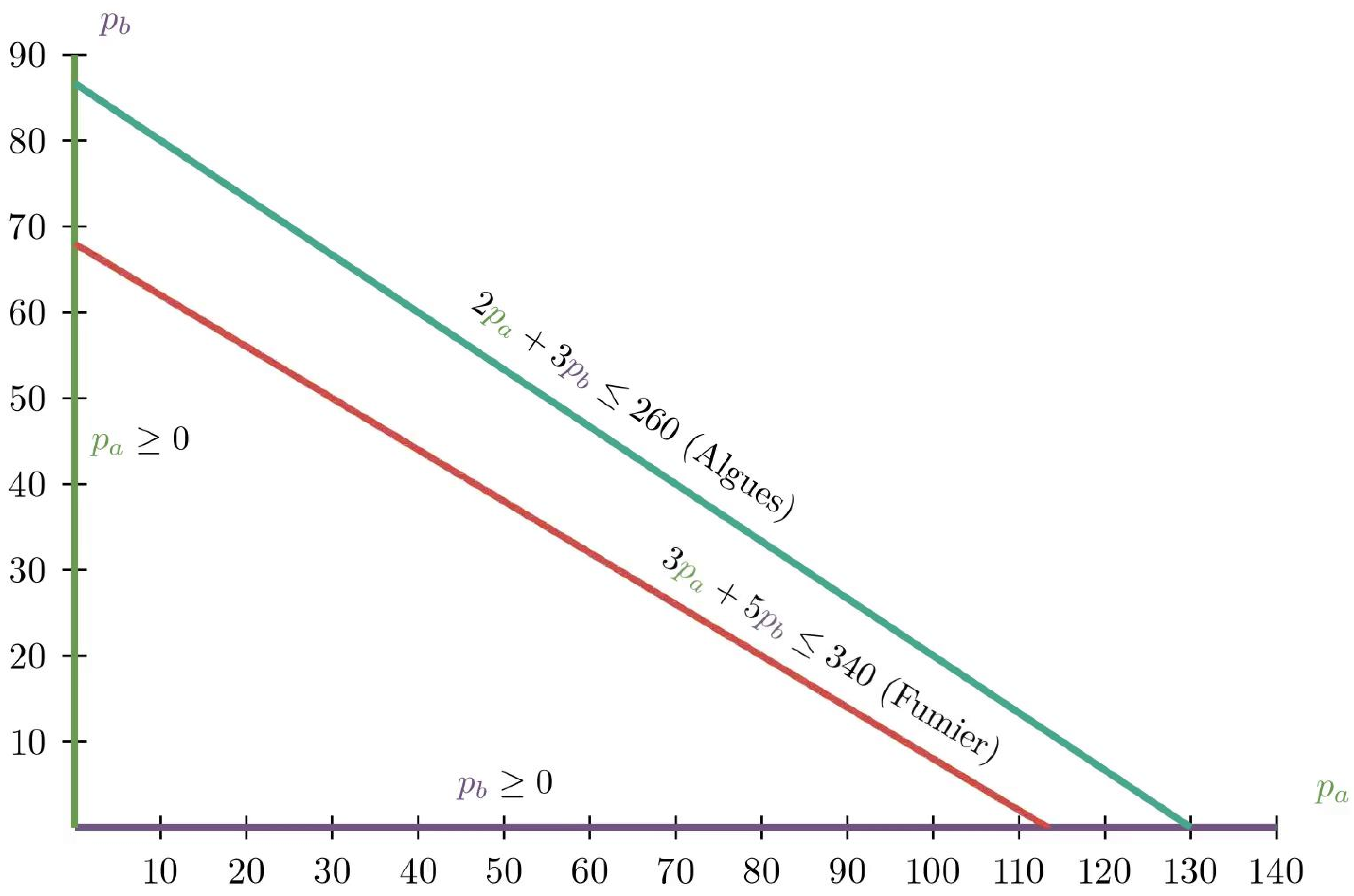

p_b
90
80
70
60
50
40
30
20
10
$p_b \geq 0$
p_a
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
110
120
130
140

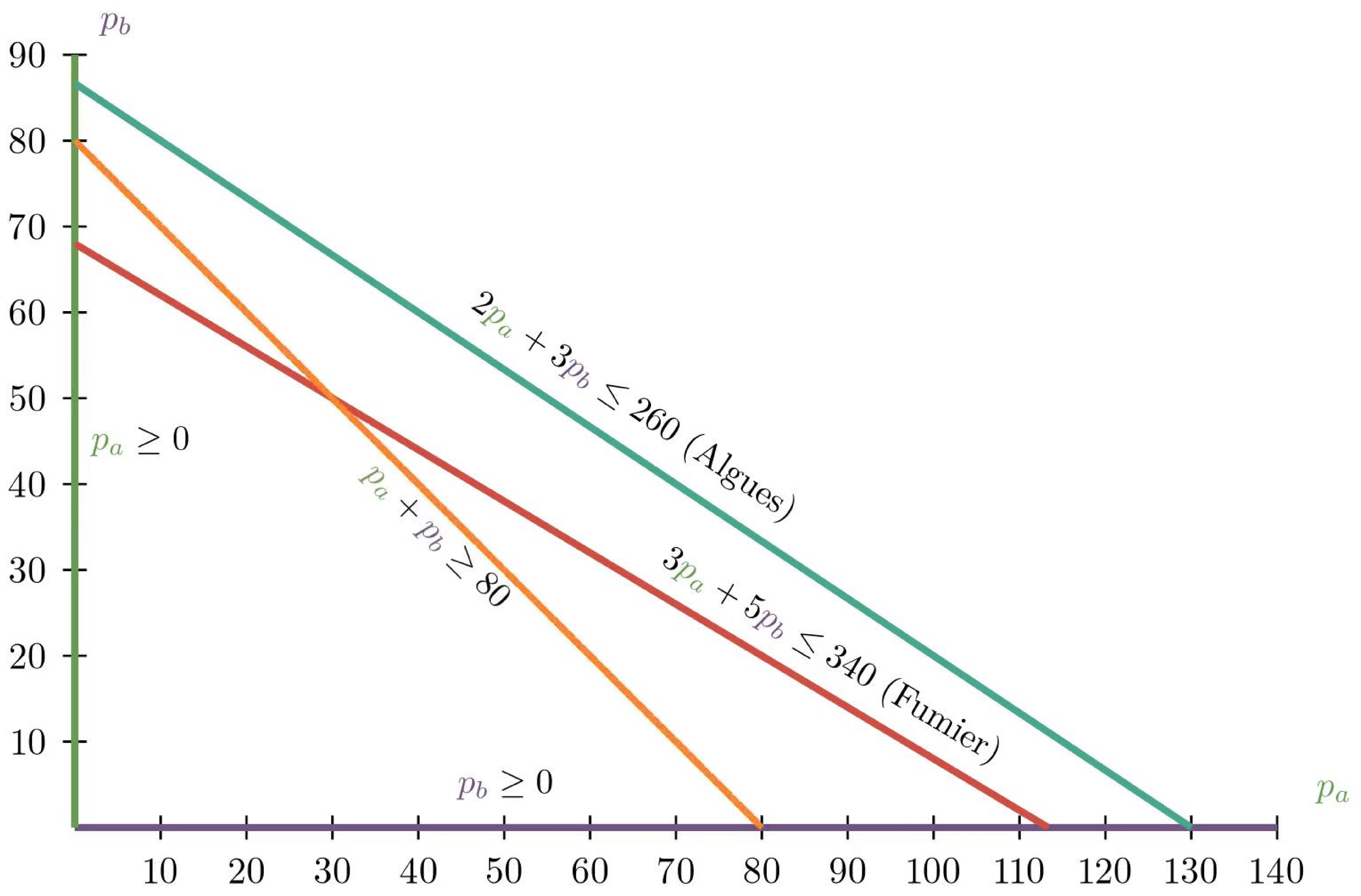


p_b
90
80
70
60
50
$p_a \geq 0$
40
30
20
10
$p_b \geq 0$
p_a
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
110
120
130
140

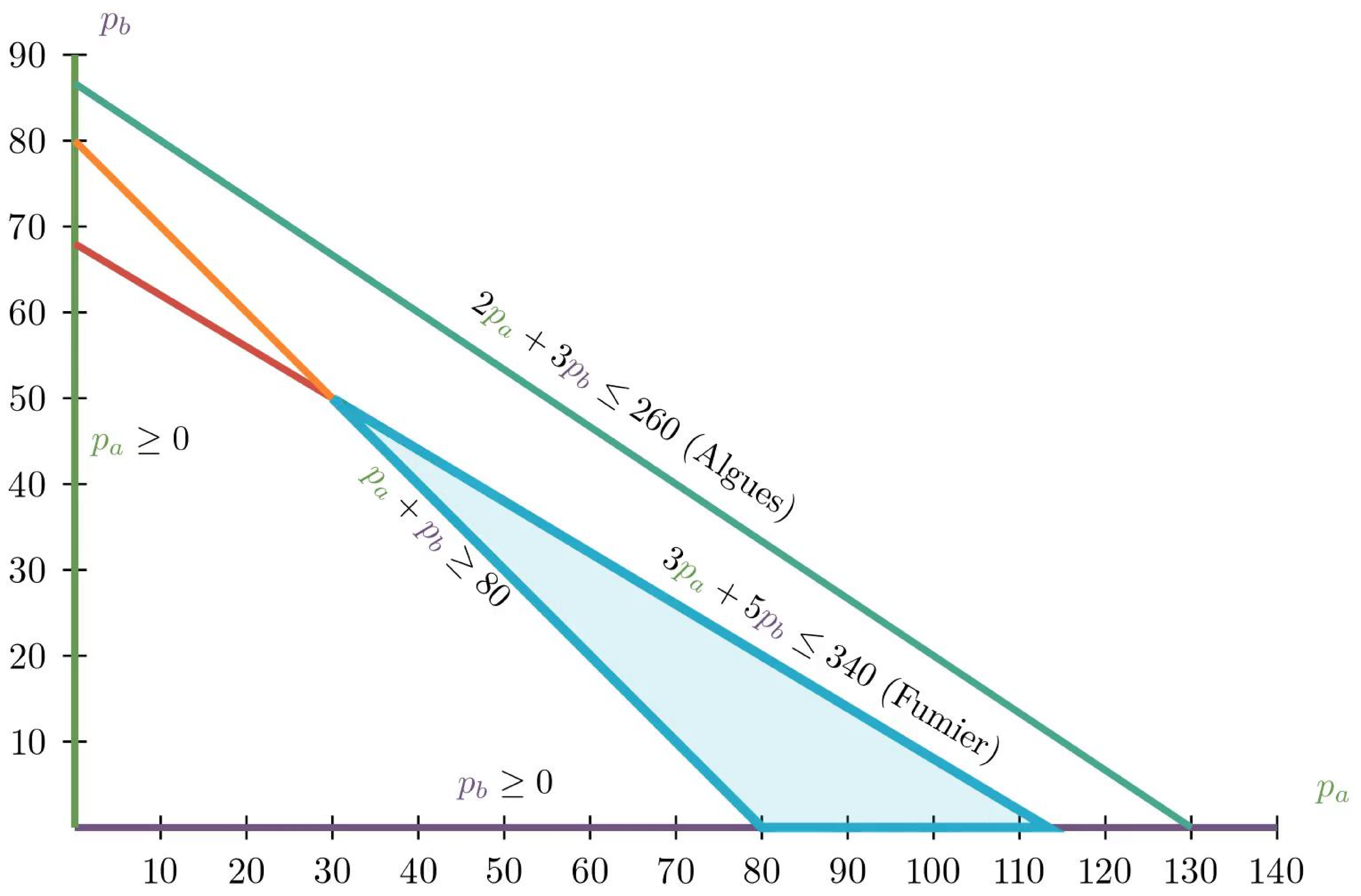


p_b
90
80
70
60
50
40
30
20
10
$p_a \geq 0$
$2p_a + 3p_b \leq 260$ (Algues)
$p_b \geq 0$
p_a
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
110
120
130
140

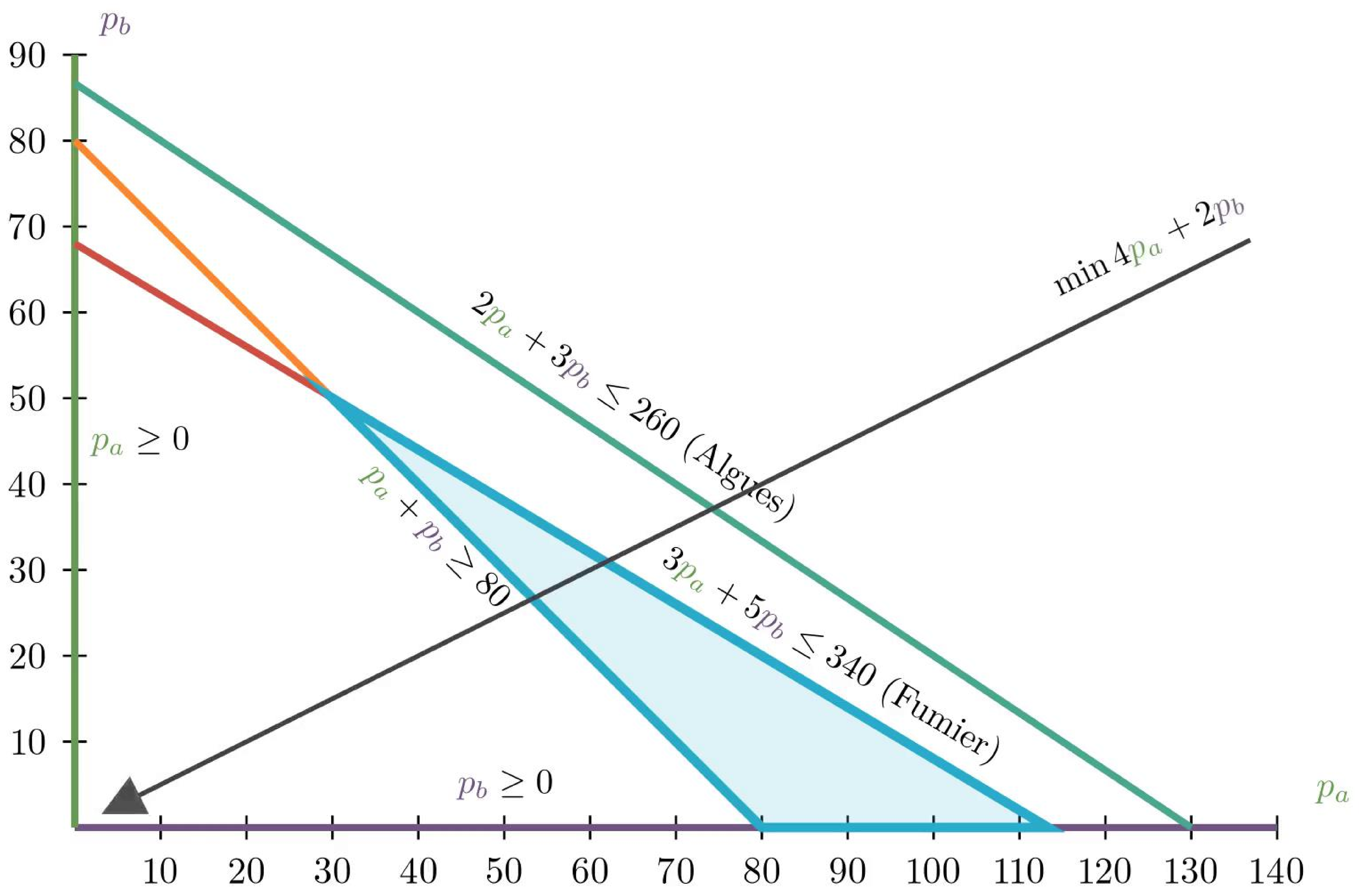

p_b
90
80
70
60
50
40
30
20
10
$p_a \geq 0$
$2p_a + 3p_b \leq 260$ (Algues)
$3p_a + 5p_b \leq 340$ (Fumier)
$p_b \geq 0$
p_a
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
110
120
130
140



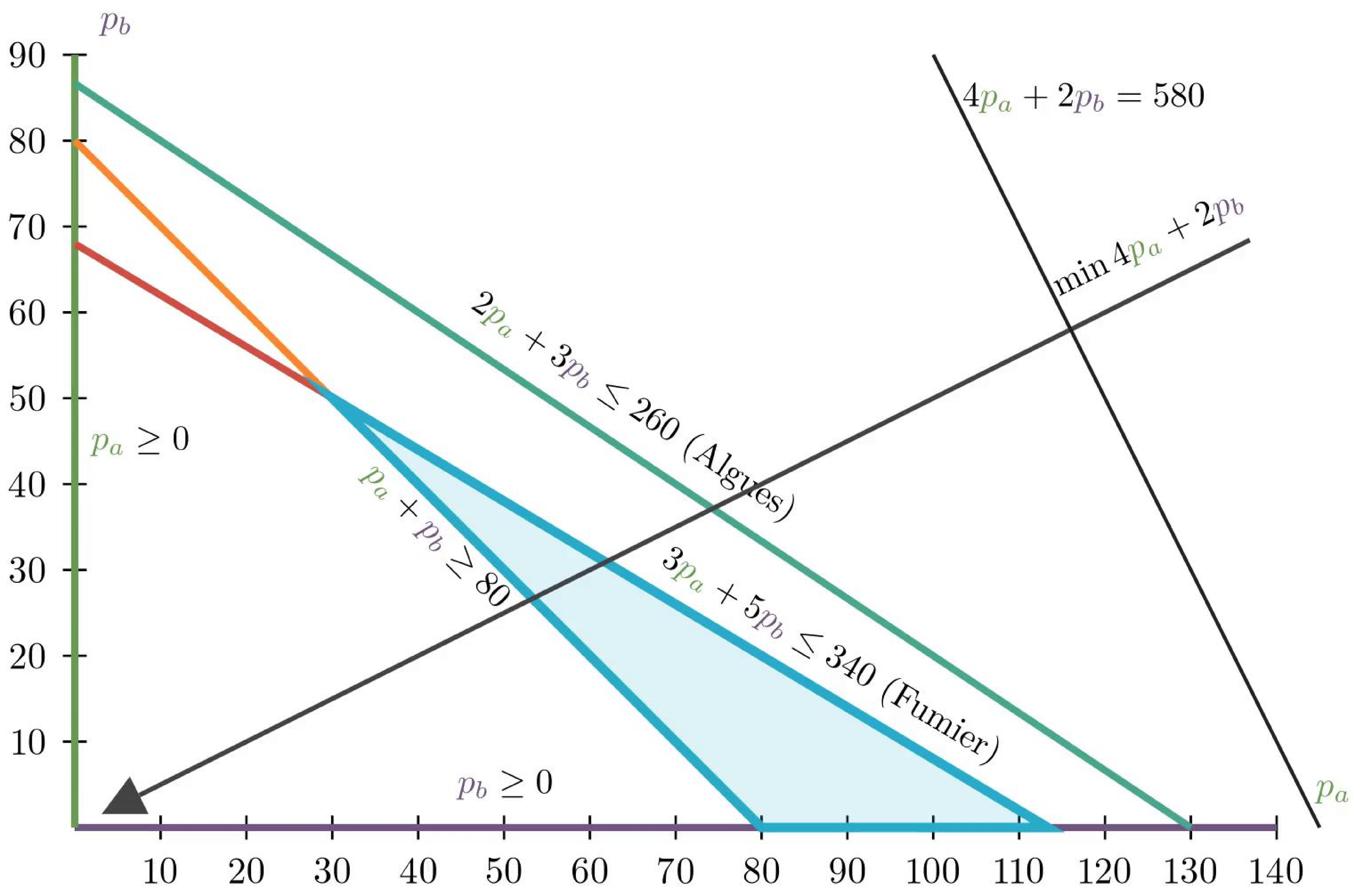
p_b
90
80
70
60
50
40
30
20
10
$2p_a + 3p_b \leq 260$ (Algues)
$p_a \geq 0$
$p_a + p_b \geq 80$
$3p_a + 5p_b \leq 340$ (Fumier)
$p_b \geq 0$
p_a
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
110
120
130
140



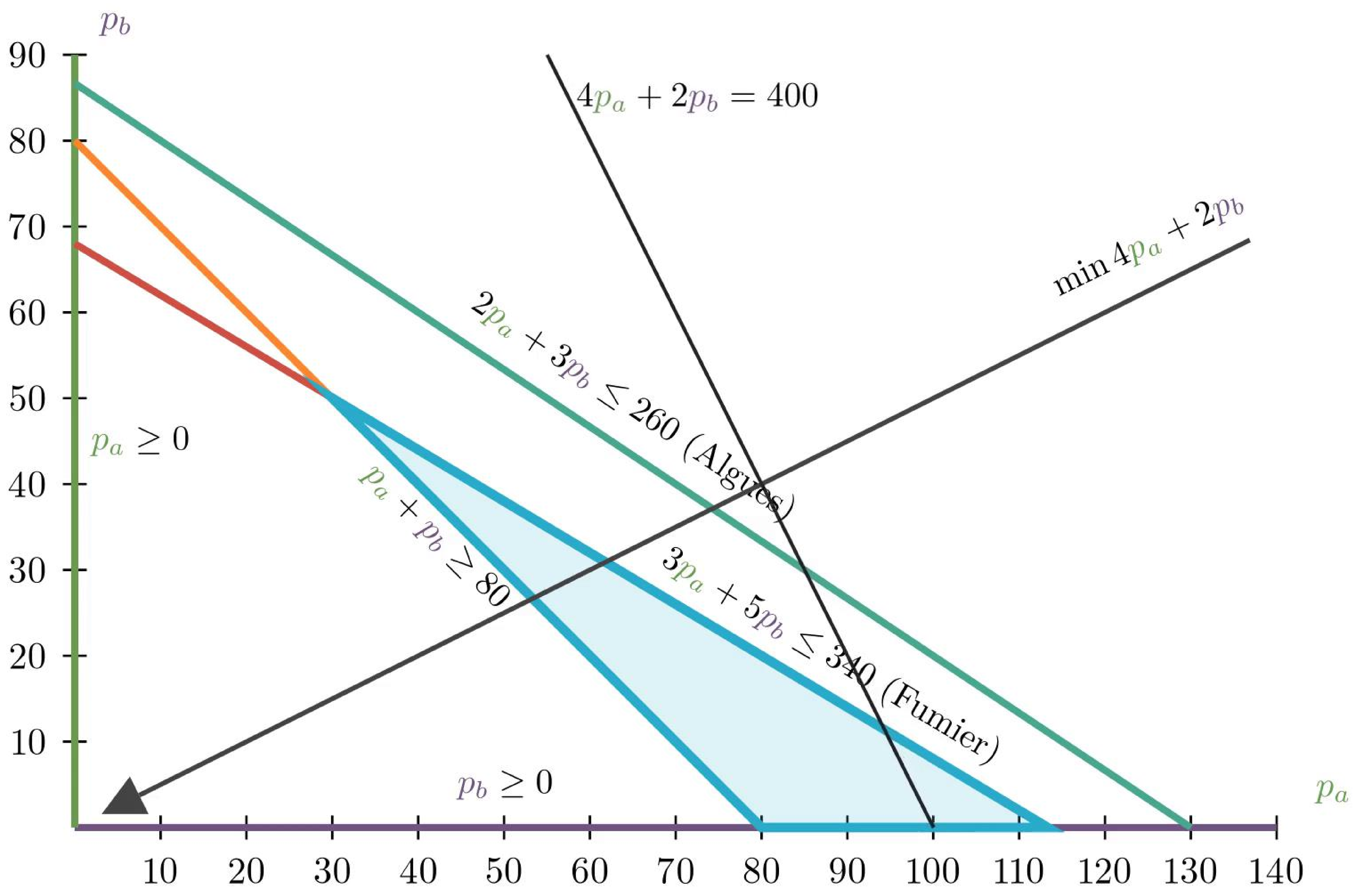
p_b
90
80
70
60
50
40
30
20
10
$p_a \geq 0$
$2p_a + 3p_b \leq 260$ (Algues)
$p_a + p_b \geq 80$
$3p_a + 5p_b \leq 340$ (Fumier)
$p_b \geq 0$
p_a
10 20 30 40 50 60 70 80 90 100 110 120 130 140



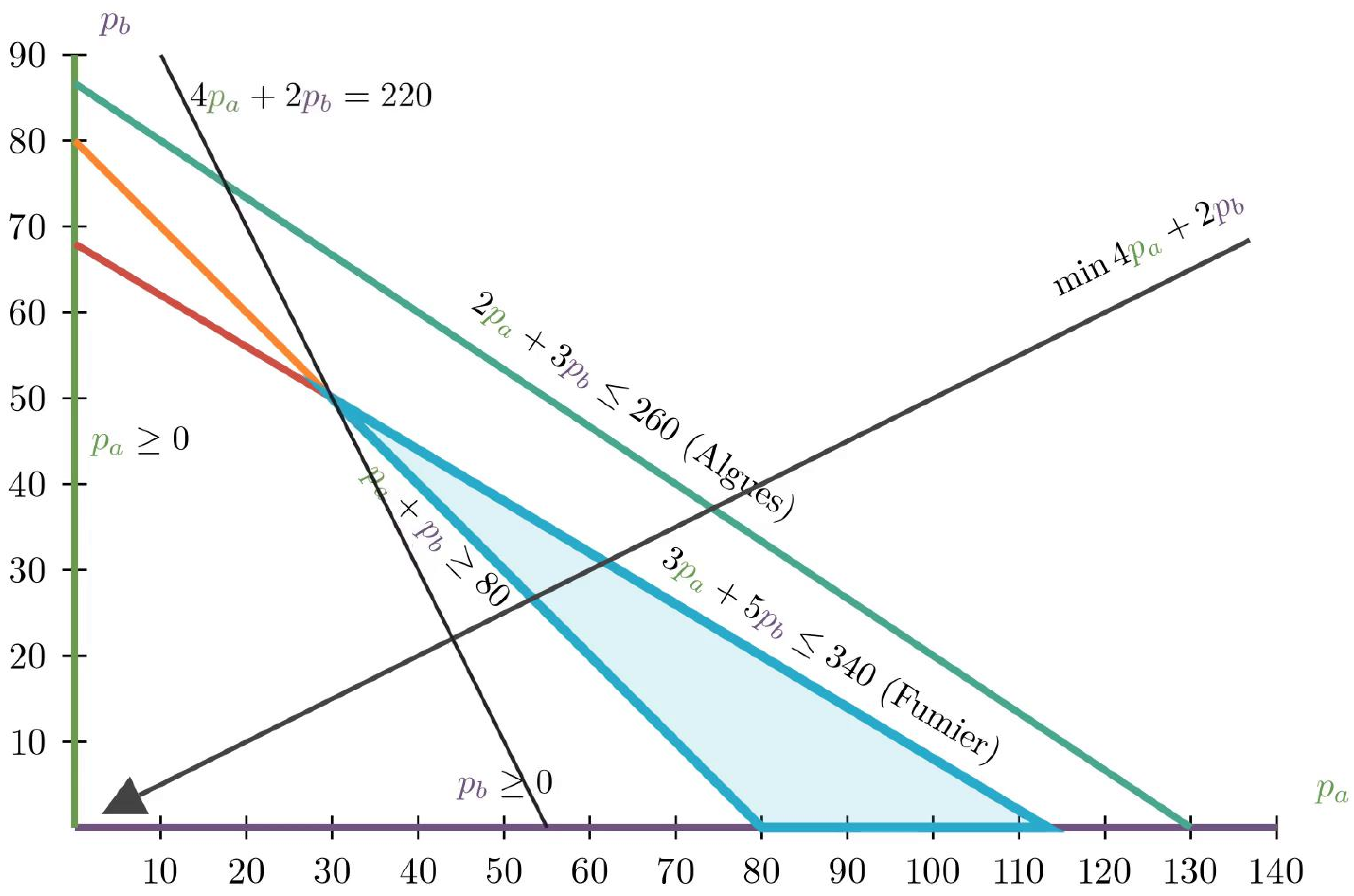
p_b
90
80
70
60
50
40
30
20
10
$p_a \geq 0$
$2p_a + 3p_b \leq 260$ (Algues)
min $4p_a + 2p_b$
$p_a + p_b \geq 80$
$3p_a + 5p_b \leq 340$ (Fumier)
$p_b \geq 0$
p_a
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
110
120
130
140



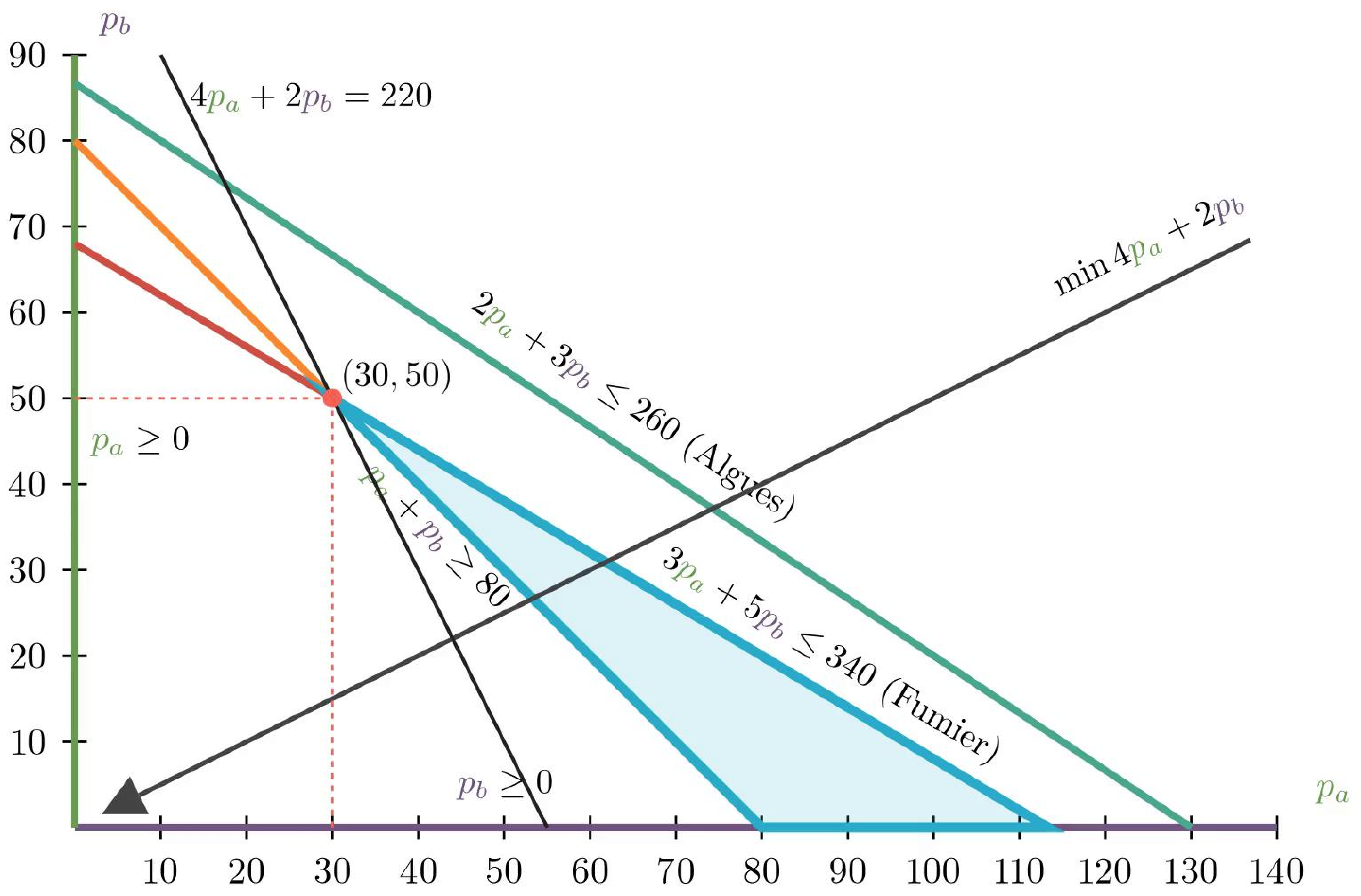
p_b
p_a
$4p_a + 2p_b = 580$
$\min 4p_a + 2p_b$
$2p_a + 3p_b \leq 260$ (Algues)
$3p_a + 5p_b \leq 340$ (Fumier)
$p_a + p_b \geq 80$
$p_a \geq 0$
$p_b \geq 0$
90
80
70
60
50
40
30
20
10
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
110
120
130
140



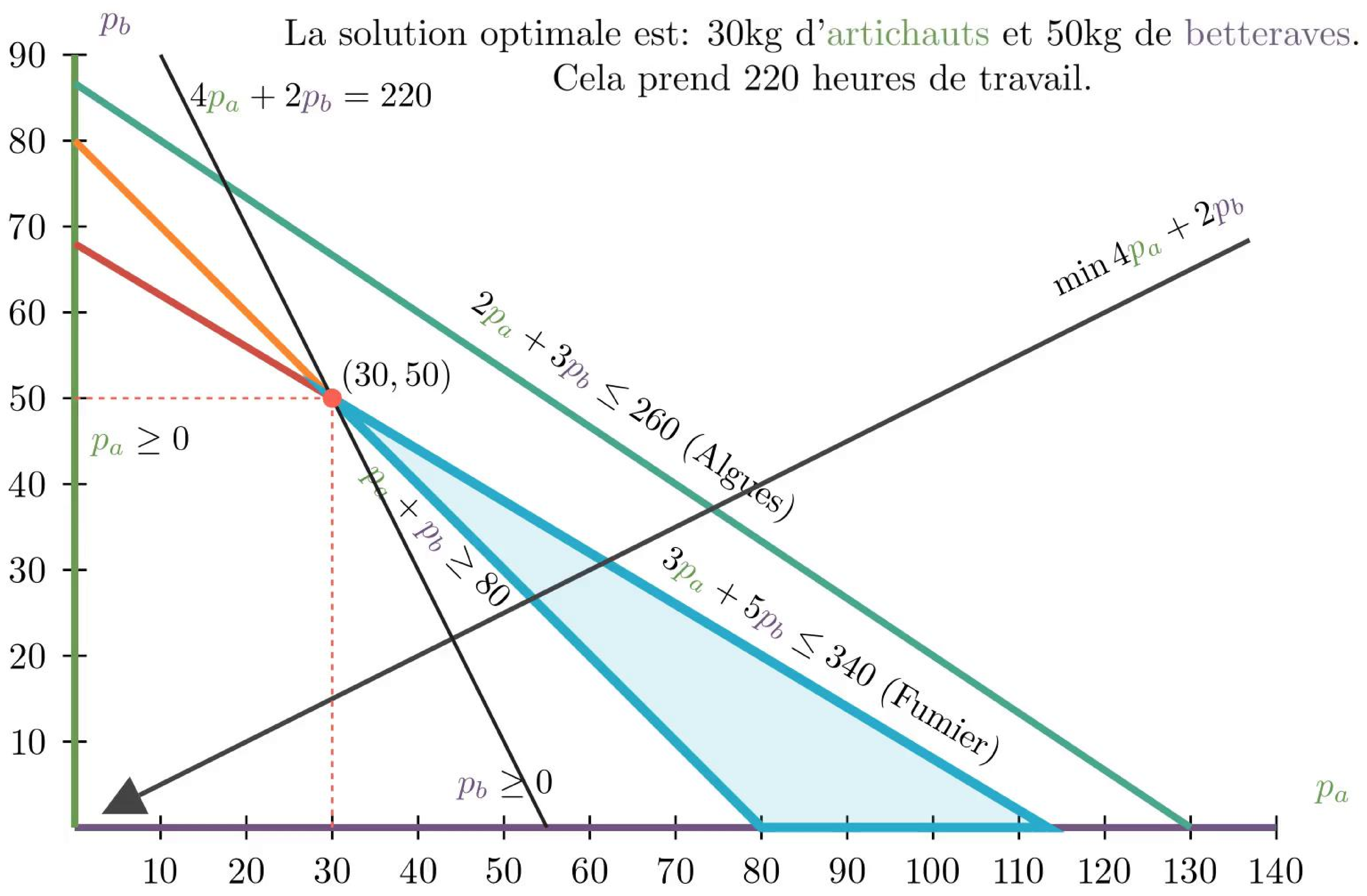
p_b
$4p_a + 2p_b = 400$
$\min 4p_a + 2p_b$
$2p_a + 3p_b \leq 260$ (Algues)
$p_a \geq 0$
$p_a + p_b \geq 80$
$3p_a + 5p_b \leq 340$ (Fumier)
$p_b \geq 0$
p_a
90
80
70
60
50
40
30
20
10
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
110
120
130
140



p_b
$4p_a + 2p_b = 220$
min $4p_a + 2p_b$
$2p_a + 3p_b \leq 260$ (Algues)
$p_a \geq 0$
$p_a + p_b \geq 80$
$3p_a + 5p_b \leq 340$ (Fumier)
$p_b \geq 0$
p_a
90
80
70
60
50
40
30
20
10
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
110
120
130
140



p_b
$4p_a + 2p_b = 220$
$\min 4p_a + 2p_b$
$2p_a + 3p_b \leq 260$ (Algues)
$(30, 50)$
$p_a \geq 0$
$p_a + p_b \geq 80$
$3p_a + 5p_b \leq 340$ (Fumier)
$p_b \geq 0$
p_a
90
80
70
60
50
40
30
20
10
10 20 30 40 50 60 70 80 90 100 110 120 130 140



La solution optimale est: 30kg d'artichauts et 50kg de betteraves.
Cela prend 220 heures de travail.
p_b
p_a
$4p_a + 2p_b = 220$
$2p_a + 3p_b \leq 260$ (Algues)
$3p_a + 5p_b \leq 340$ (Fumier)
$p_a + p_b \geq 80$
$p_a \geq 0$
$p_b \geq 0$
$\min 4p_a + 2p_b$
$(30, 50)$
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
110
120
130
140

Un petit producteur de parfum cherche à maximiser ses profits.

Il a élaboré trois recettes de parfum utilisant trois matières premières végétales **A**, **B** et **C**.

Parfum 1: à 300€/L, utilisant 1L de **A** et 3L de **C**.

Parfum 2: à 500€/L, utilisant 2L de **B** et 2L de **C**.

Parfum 3: à 400€/L, utilisant 2L de **A** et 4L de **B**.

Le parfumeur a 6L de **A**, 12L de **B** et 18L de **C**.

Un petit producteur de parfum cherche à maximiser ses profits.

Il a élaboré trois recettes de parfum utilisant trois matières premières végétales **A**, **B** et **C**.

Parfum 1: à 300€/L, utilisant 1L de **A** et 3L de **C**.

Parfum 2: à 500€/L, utilisant 2L de **B** et 2L de **C**.

Parfum 3: à 400€/L, utilisant 2L de **A** et 4L de **B**.

Le parfumeur a 6L de **A**, 12L de **B** et 18L de **C**.

Variables ?

Un petit producteur de parfum cherche à maximiser ses profits.

Il a élaboré trois recettes de parfum utilisant trois matières premières végétales **A**, **B** et **C**.

Parfum 1: à 300€/L, utilisant 1L de **A** et 3L de **C**.

Parfum 2: à 500€/L, utilisant 2L de **B** et 2L de **C**.

Parfum 3: à 400€/L, utilisant 2L de **A** et 4L de **B**.

Le parfumeur a 6L de **A**, 12L de **B** et 18L de **C**.

Variables ?

$\boldsymbol{p_1}$: Quantité de **Parfum 1** produite (L)
$\boldsymbol{p_2}$: Quantité de **Parfum 2** produite (L)
$\boldsymbol{p_3}$: Quantité de **Parfum 3** produite (L)

Un petit producteur de parfum cherche à maximiser ses profits.

Il a élaboré trois recettes de parfum utilisant trois matières premières végétales **A**, **B** et **C**.

Parfum 1: à 300€/L, utilisant 1L de **A** et 3L de **C**.

Parfum 2: à 500€/L, utilisant 2L de **B** et 2L de **C**.

Parfum 3: à 400€/L, utilisant 2L de **A** et 4L de **B**.

Le parfumeur a 6L de **A**, 12L de **B** et 18L de **C**.

Variables ?

$\boldsymbol{p_1}$: Quantité de **Parfum 1** produite (L)
$\boldsymbol{p_2}$: Quantité de **Parfum 2** produite (L)
$\boldsymbol{p_3}$: Quantité de **Parfum 3** produite (L)

Fonction objectif ?

Un petit producteur de parfum cherche à maximiser ses profits.

Il a élaboré trois recettes de parfum utilisant trois matières premières végétales **A**, **B** et **C**.

Parfum 1: à 300€/L, utilisant 1L de **A** et 3L de **C**.

Parfum 2: à 500€/L, utilisant 2L de **B** et 2L de **C**.

Parfum 3: à 400€/L, utilisant 2L de **A** et 4L de **B**.

Le parfumeur a 6L de **A**, 12L de **B** et 18L de **C**.

Variables ?

$\boldsymbol{p_1}$: Quantité de **Parfum 1** produite (L)
$\boldsymbol{p_2}$: Quantité de **Parfum 2** produite (L)
$\boldsymbol{p_3}$: Quantité de **Parfum 3** produite (L)

Fonction objectif ?

$$\max_{\boldsymbol{p}} \quad 300\boldsymbol{p_1} + 500\boldsymbol{p_2} + 400\boldsymbol{p_3}$$

Un petit producteur de parfum cherche à maximiser ses profits.

Il a élaboré trois recettes de parfum utilisant trois matières premières végétales **A**, **B** et **C**.

Parfum 1: à 300€/L, utilisant 1L de **A** et 3L de **C**.

Parfum 2: à 500€/L, utilisant 2L de **B** et 2L de **C**.

Parfum 3: à 400€/L, utilisant 2L de **A** et 4L de **B**.

Le parfumeur a 6L de **A**, 12L de **B** et 18L de **C**.

Variables ?

$\boldsymbol{p_1}$: Quantité de **Parfum 1** produite (L)
$\boldsymbol{p_2}$: Quantité de **Parfum 2** produite (L)
$\boldsymbol{p_3}$: Quantité de **Parfum 3** produite (L)

Fonction objectif ?

$$\max_{\boldsymbol{p}} \quad 300\boldsymbol{p_1} + 500\boldsymbol{p_2} + 400\boldsymbol{p_3}$$

Contraintes ?

Un petit producteur de parfum cherche à maximiser ses profits.

Il a élaboré trois recettes de parfum utilisant trois matières premières végétales **A**, **B** et **C**.

Parfum 1: à 300€/L, utilisant 1L de **A** et 3L de **C**.

Parfum 2: à 500€/L, utilisant 2L de **B** et 2L de **C**.

Parfum 3: à 400€/L, utilisant 2L de **A** et 4L de **B**.

Le parfumeur a 6L de **A**, 12L de **B** et 18L de **C**.

Variables ?

$\boldsymbol{p_1}$: Quantité de **Parfum 1** produite (L)
$\boldsymbol{p_2}$: Quantité de **Parfum 2** produite (L)
$\boldsymbol{p_3}$: Quantité de **Parfum 3** produite (L)

Fonction objectif ?

$$\max_{\boldsymbol{p}} \quad 300\boldsymbol{p_1} + 500\boldsymbol{p_2} + 400\boldsymbol{p_3}$$

Contraintes ?

$$1\boldsymbol{p_1} + 2\boldsymbol{p_3} \leq 6\text{L} \qquad (\text{Stock de } \mathbf{A})$$

Un petit producteur de parfum cherche à maximiser ses profits.

Il a élaboré trois recettes de parfum utilisant trois matières premières végétales **A**, **B** et **C**.

Parfum 1: à 300€/L, utilisant 1L de **A** et 3L de **C**.

Parfum 2: à 500€/L, utilisant 2L de **B** et 2L de **C**.

Parfum 3: à 400€/L, utilisant 2L de **A** et 4L de **B**.

Le parfumeur a 6L de **A**, 12L de **B** et 18L de **C**.

Variables ?

$\boldsymbol{p_1}$: Quantité de **Parfum 1** produite (L)
$\boldsymbol{p_2}$: Quantité de **Parfum 2** produite (L)
$\boldsymbol{p_3}$: Quantité de **Parfum 3** produite (L)

Fonction objectif ?

$$\max_{\boldsymbol{p}} \quad 300\boldsymbol{p_1} + 500\boldsymbol{p_2} + 400\boldsymbol{p_3}$$

Contraintes ?

$1\boldsymbol{p_1} + 2\boldsymbol{p_3} \leq 6\text{L}$ (Stock de **A**)

$2\boldsymbol{p_2} + 4\boldsymbol{p_3} \leq 12\text{L}$ (Stock de **B**)

Un petit producteur de parfum cherche à maximiser ses profits.

Il a élaboré trois recettes de parfum utilisant trois matières premières végétales **A**, **B** et **C**.

Parfum 1: à 300€/L, utilisant 1L de **A** et 3L de **C**.

Parfum 2: à 500€/L, utilisant 2L de **B** et 2L de **C**.

Parfum 3: à 400€/L, utilisant 2L de **A** et 4L de **B**.

Le parfumeur a 6L de **A**, 12L de **B** et 18L de **C**.

Variables ?

p_1 : Quantité de **Parfum 1** produite (L)
p_2 : Quantité de **Parfum 2** produite (L)
p_3 : Quantité de **Parfum 3** produite (L)

Fonction objectif ?

$$\max_{\boldsymbol{p}} \quad 300p_1 + 500p_2 + 400p_3$$

Contraintes ?

$$1p_1 + 2p_3 \leq 6\text{L} \quad (\text{Stock de } \mathbf{A})$$

$$2p_2 + 4p_3 \leq 12\text{L} \quad (\text{Stock de } \mathbf{B})$$

$$3p_1 + 2p_2 \leq 18\text{L} \quad (\text{Stock de } \mathbf{C})$$

Un petit producteur de parfum cherche à maximiser ses profits.

Il a élaboré trois recettes de parfum utilisant trois matières premières végétales **A**, **B** et **C**.

Parfum 1: à 300€/L, utilisant 1L de **A** et 3L de **C**.

Parfum 2: à 500€/L, utilisant 2L de **B** et 2L de **C**.

Parfum 3: à 400€/L, utilisant 2L de **A** et 4L de **B**.

Le parfumeur a 6L de **A**, 12L de **B** et 18L de **C**.

Variables ?

$\boldsymbol{p_1}$: Quantité de **Parfum 1** produite (L)
$\boldsymbol{p_2}$: Quantité de **Parfum 2** produite (L)
$\boldsymbol{p_3}$: Quantité de **Parfum 3** produite (L)

Fonction objectif ?

$$\max_{\boldsymbol{p}} \quad 300\boldsymbol{p_1} + 500\boldsymbol{p_2} + 400\boldsymbol{p_3}$$

Contraintes ?

$$1\boldsymbol{p_1} + 2\boldsymbol{p_3} \leq 6\text{L} \qquad (\text{Stock de } \mathbf{A})$$

$$2\boldsymbol{p_2} + 4\boldsymbol{p_3} \leq 12\text{L} \qquad (\text{Stock de } \mathbf{B})$$

$$3\boldsymbol{p_1} + 2\boldsymbol{p_2} \leq 18\text{L} \qquad (\text{Stock de } \mathbf{C})$$

$$\boldsymbol{p_1} \geq 0, \quad \boldsymbol{p_2} \geq 0, \quad \boldsymbol{p_3} \geq 0$$

Voir géogebra !

Et si on rajoutait un quatrième parfum ?

Il suffit juste de dessiner un polytope en 4D et déplacer un hyperplan orthogonal au vecteur objectif

Facile.

1939

Leonid Kantorovich

1939

Leonid Kantorovich

Inventeur de la Programmation Linéaire (PL)

Prix Staline 1949
Prix Nobel d'Économie 1975

1939

Leonid Kantorovich

Inventeur de la Programmation Linéaire (PL)

Prix Staline 1949
Prix Nobel d'Économie 1975

1947

1939

Leonid Kantorovich

Inventeur de la Programmation Linéaire (PL)

Prix Staline 1949
Prix Nobel d'Économie 1975

1947

George Dantzig

John von Neumann

1939

Leonid Kantorovich

Inventeur de la Programmation Linéaire (PL)

Prix Staline 1949
Prix Nobel d'Économie 1975

1947

George Dantzig

John von Neumann

Participant au Projet Manhattan
Directeur scientifique du
US Department of Defense

Inventeurs de l'algorithme de
résolution des programmes linéaires

Baptême du feu pour la Programmation Linéaire

Baptême du feu pour la Programmation Linéaire

1948-1949, **Operation Vittles**: Ravitaillement de Berlin-Ouest par les airs

Baptême du feu pour la Programmation Linéaire

1948-1949, **Operation Vittles**: Ravitaillement de Berlin-Ouest par les airs

Programme linéaire
avec 3000 variables et 3600 contraintes

HYPOTHETICAL AIRLIFT MODEL SHOWING INPUT AND OUTPUT COEFFICIENTS AND EQUATIONS OF DYNAMIC SYSTEM

COMMODITY \ ACTIVITY	Level	Exogenous Activities $x_0^{(1)} = 1$	$x_0^{(2)} = 1$	$x_0^{(3)} = 1$	$x_0^{(4)} = 1$	Airlift Flying $x_1^{(t)}$	Storing Aircraft $x_2^{(t)}$	Procuring Aircraft $x_3^{(t)}$	Storing Crews $x_4^{(t)}$	Training Crews $x_5^{(t)}$	Resting Weary Crews $x_6^{(t)}$
1. Supply Shipped by Airlift (1 = 100,000 tons)	IN	+1.5	+1.6	+1.8	+2.0	−1					
	OUT										
2. Aircraft	IN	−85				50	1				
	OUT					49	1	1			
3. Active Crews	IN	−210				130			1	.05	
	OUT								1	1.00	1
4. Nonactive Crews	IN										1
	OUT					125					
5. Money (1 = $1000)	IN					9,000		200	7	10	5
	OUT										

EQUATIONS*

(1) $\alpha_{1,0}^{(t)} + x_1^{(t)} = 0$

(2) $\alpha_{2,0}^{(t)} + 50x_1^{(t)} + x_2^{(t)} = 49x_1^{(t-1)} + x_2^{(t-1)} \quad x_3^{(t-1)}$

(3) $\alpha_{3,0}^{(t)} + 130x_1^{(t)} + x_4^{(t)} + .05x_5^{(t)} = x_4^{(t-1)} + x_5^{(t-1)} + x_6^{(t-1)}$

(4) $x_6^{(t)} = 125x_1^{(t-1)}$

(5) $\sum_{t=1}^{4} (9000x_1^{(t)} + 200x_3^{(t)} + 7x_4^{(t)} + 10x_5^{(t)} + 5x_6^{(t)}) = \text{Min.}$

* where $x_j^{(t)} \geqslant 0$ for $j = 1, \ldots, 6$; while for $t = 1, 2, 3, 4$, $\alpha_{1,0}^{(t)} = 1.5, 1.6, 1.8, 2.0$ respectively; $\alpha_{2,0}^{(t)} = -85, 0, 0, 0$, respectively, $\alpha_{3,0}^{(t)} = -210, 0, 0, 0$, respectively.

Baptême du feu pour la Programmation Linéaire

1948-1949, **Operation Vittles**: Ravitaillement de Berlin-Ouest par les airs

1952: Premier ordinateur capable de résoudre des programmes linéaires

Programme linéaire avec 3000 variables et 3600 contraintes

HYPOTHETICAL AIRLIFT MODEL SHOWING INPUT AND OUTPUT COEFFICIENTS AND EQUATIONS OF DYNAMIC SYSTEM

COMMODITY \ ACTIVITY	Level	Exogenous Activities $x_0^{(1)} = 1$	$x_0^{(2)} = 1$	$x_0^{(3)} = 1$	$x_0^{(4)} = 1$	Airlift Flying $x_1^{(t)}$	Storing Aircraft $x_2^{(t)}$	Procuring Aircraft $x_3^{(t)}$	Storing Crews $x_4^{(t)}$	Training Crews $x_5^{(t)}$	Resting Weary Crews $x_6^{(t)}$
1. Supply Shipped by Airlift (1 = 100,000 tons)	IN	+1.5	+1.6	+1.8	+2.0	−1					
	OUT										
2. Aircraft	IN	−85				50	1				
	OUT					49	1	1			
3. Active Crews	IN	−210				130			1	.05	
	OUT								1	1.00	1
4. Nonactive Crews	IN										1
	OUT					125					
5. Money (1 = $1000)	IN					9,000		200	7	10	5
	OUT										

EQUATIONS*

$$(1)\quad \alpha_{1,0}^{(t)} + x_1^{(t)} = 0$$

$$(2)\quad \alpha_{2,0}^{(t)} + 50x_1^{(t)} + x_2^{(t)} = 49x_1^{(t-1)} + x_2^{(t-1)} \quad x_3^{(t-1)}$$

$$(3)\quad \alpha_{3,0}^{(t)} + 130x_1^{(t)} + x_4^{(t)} + .05x_5^{(t)} = x_4^{(t-1)} + x_5^{(t-1)} + x_6^{(t-1)}$$

$$(4)\quad x_6^{(t)} = 125x_1^{(t-1)}$$

$$(5)\quad \sum_{t=1}^{4} (9000x_1^{(t)} + 200x_3^{(t)} + 7x_4^{(t)} + 10x_5^{(t)} + 5x_6^{(t)}) = \text{Min.}$$

* where $x_j^{(t)} \geqslant 0$ for $j = 1, \ldots, 6$; while for $t = 1, 2, 3, 4$, $\alpha_{1,0}^{(t)} = 1.5, 1.6, 1.8, 2.0$ respectively; $\alpha_{2,0}^{(t)} = -85, 0, 0, 0$, respectively, $\alpha_{3,0}^{(t)} = -210, 0, 0, 0$, respectively.

Baptême du feu pour la Programmation Linéaire

1948-1949, **Operation Vittles**: Ravitaillement de Berlin-Ouest par les airs

Baptême du feu pour la Programmation Linéaire

1948-1949, **Operation Vittles**: Ravitaillement de Berlin-Ouest par les airs

Les calculs étaient faits à la main (*human* computers)

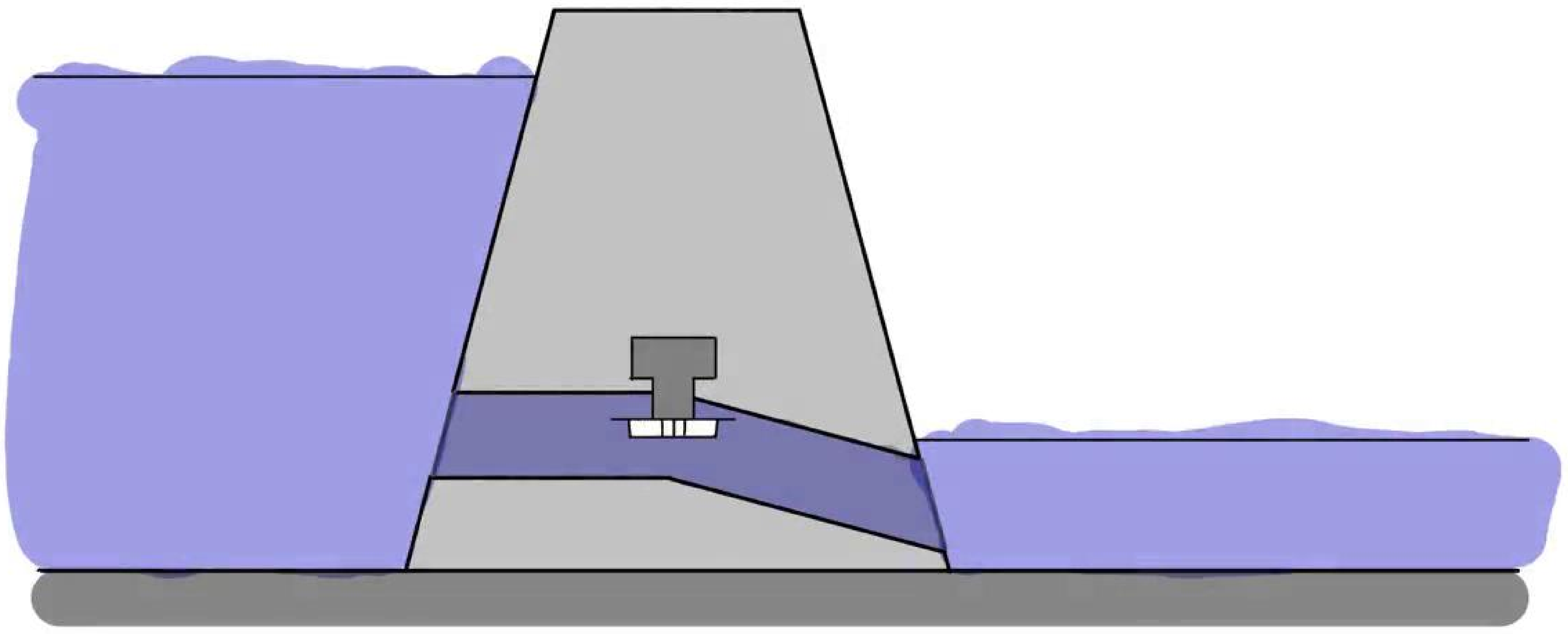
Baptême du feu pour la Programmation Linéaire

1948-1949, **Operation Vittles**: Ravitaillement de Berlin-Ouest par les airs

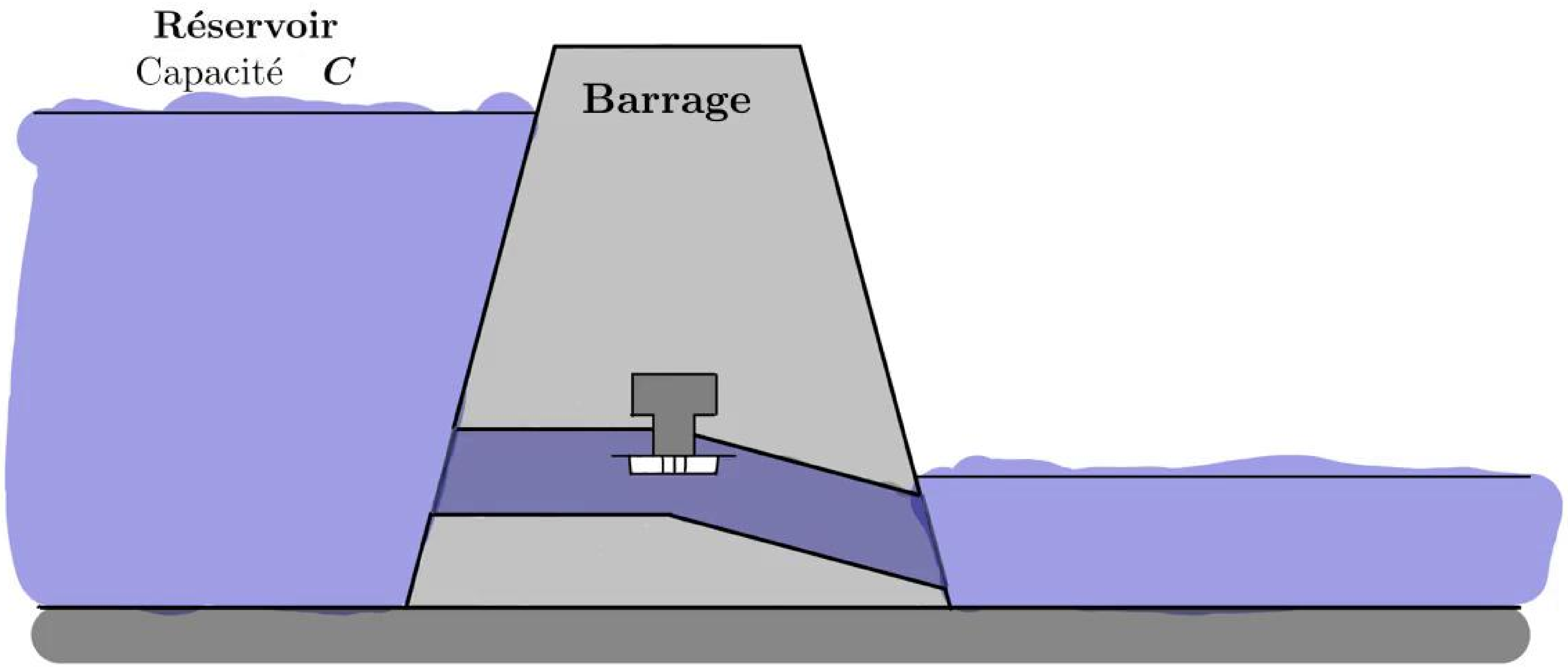
Les calculs étaient faits à la main (*human* computers)

38. Mathematical Tables Project computers with adding machines

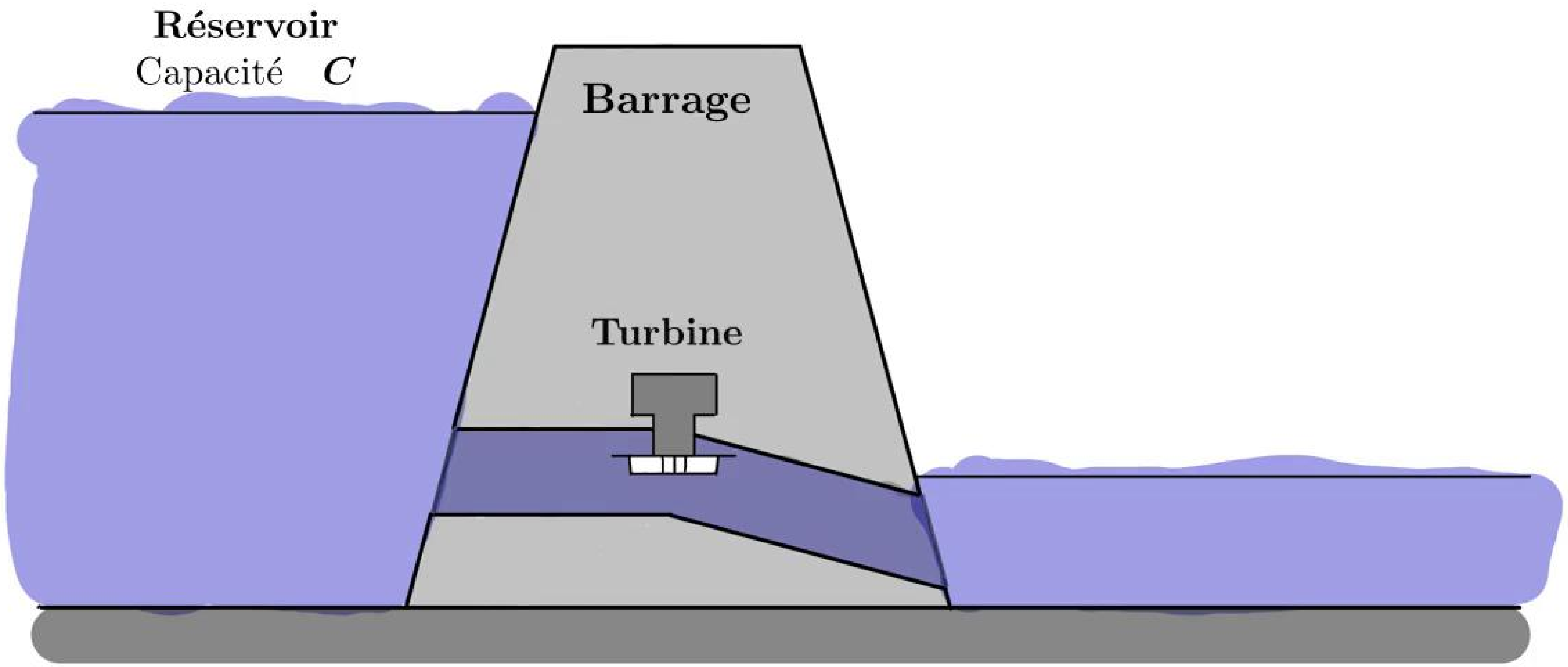
Un opérateur de centrale hydroélectrique cherche à maximiser son profit économique en planifiant l'opération du barrage heure par heure.



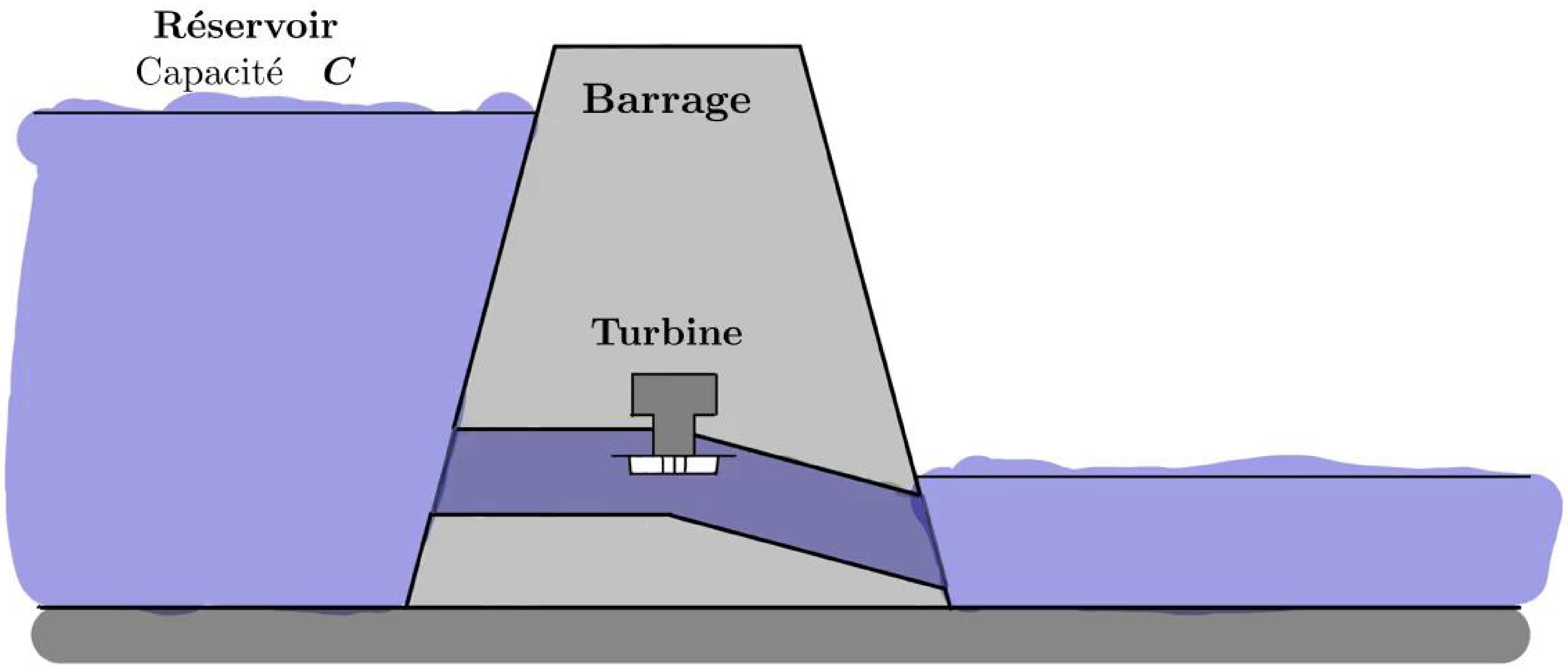
Un opérateur de centrale hydroélectrique cherche à maximiser son profit économique en planifiant l'opération du barrage heure par heure.



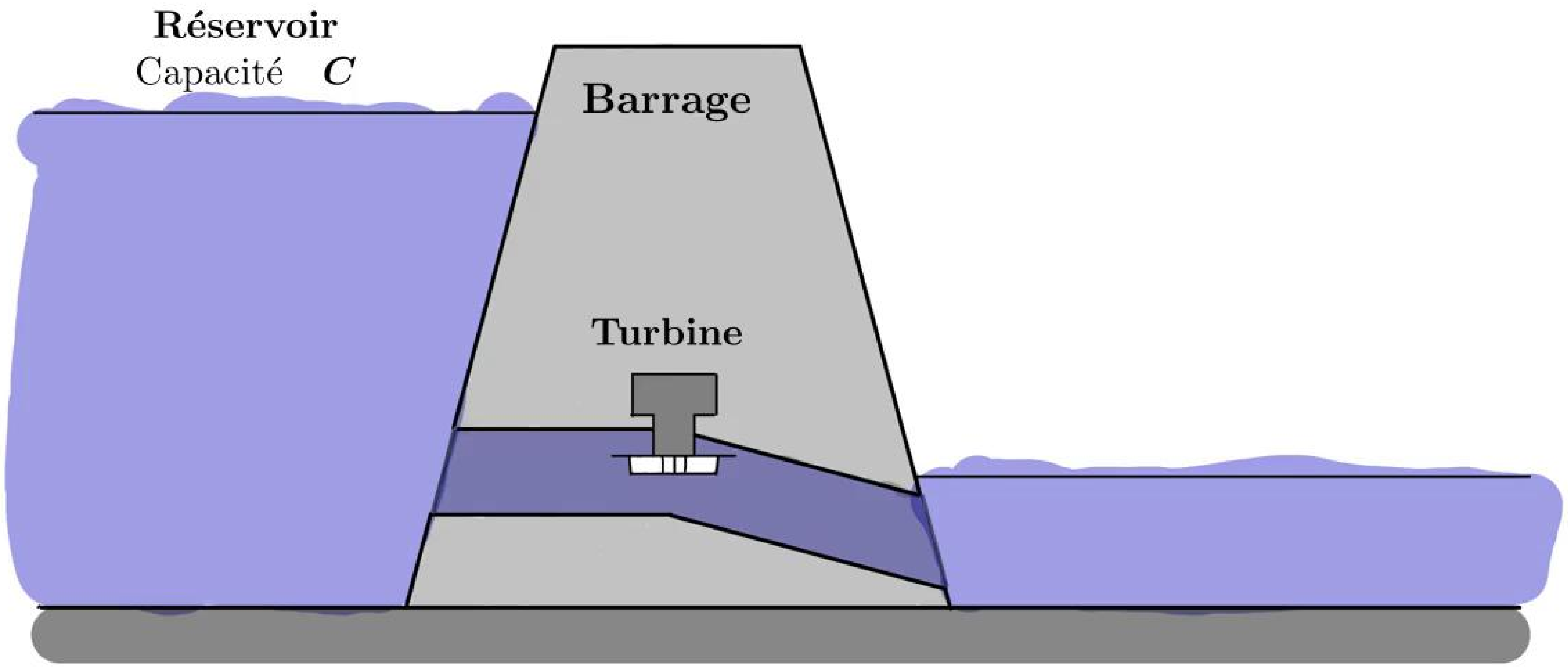
Un opérateur de centrale hydroélectrique cherche à maximiser son profit économique en planifiant l'opération du barrage heure par heure.

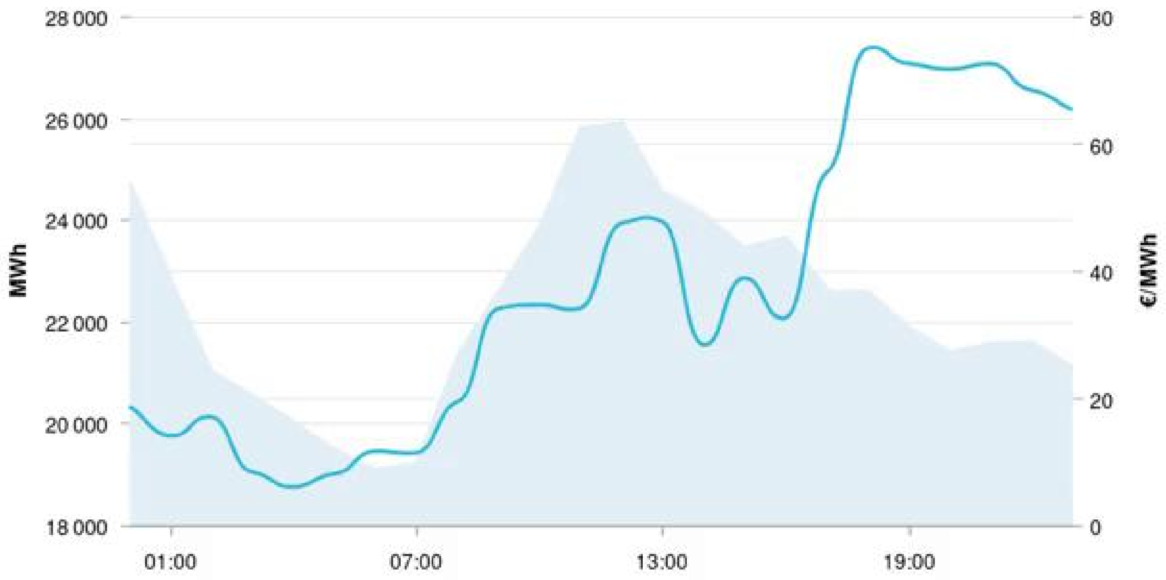


Un opérateur de centrale hydroélectrique cherche à maximiser son profit économique en planifiant l'opération du barrage heure par heure.



Un opérateur de centrale hydroélectrique cherche à maximiser son profit économique en planifiant l'opération du barrage heure par heure.

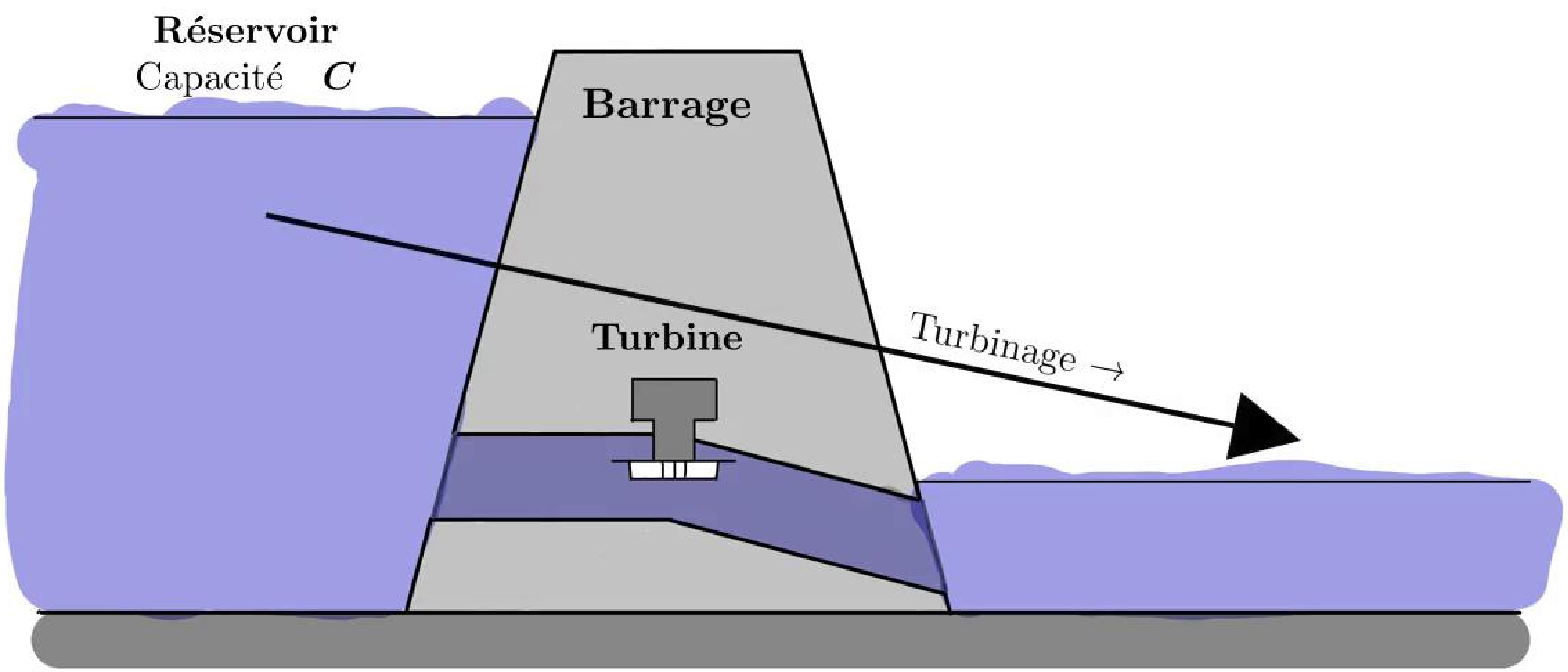


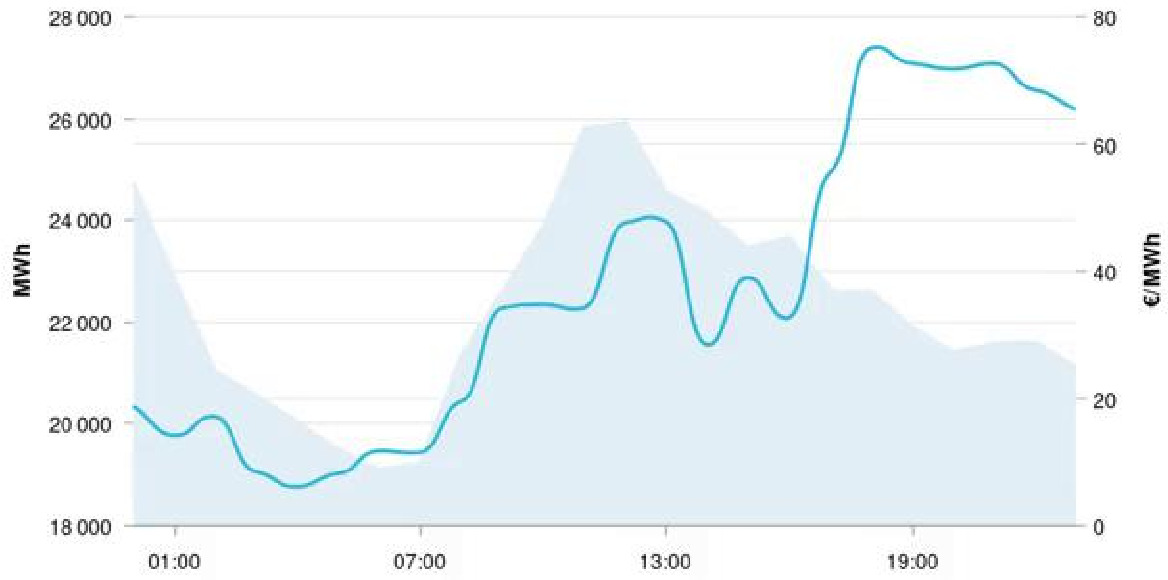


À l'heure $\boldsymbol{h}$

Le barrage peut <u>turbiner</u> $\boldsymbol{x}$ L/h et rapporter $\boldsymbol{x} \cdot P_h$ €

Un opérateur de centrale hydroélectrique cherche à maximiser son profit économique en planifiant l'opération du barrage heure par heure.

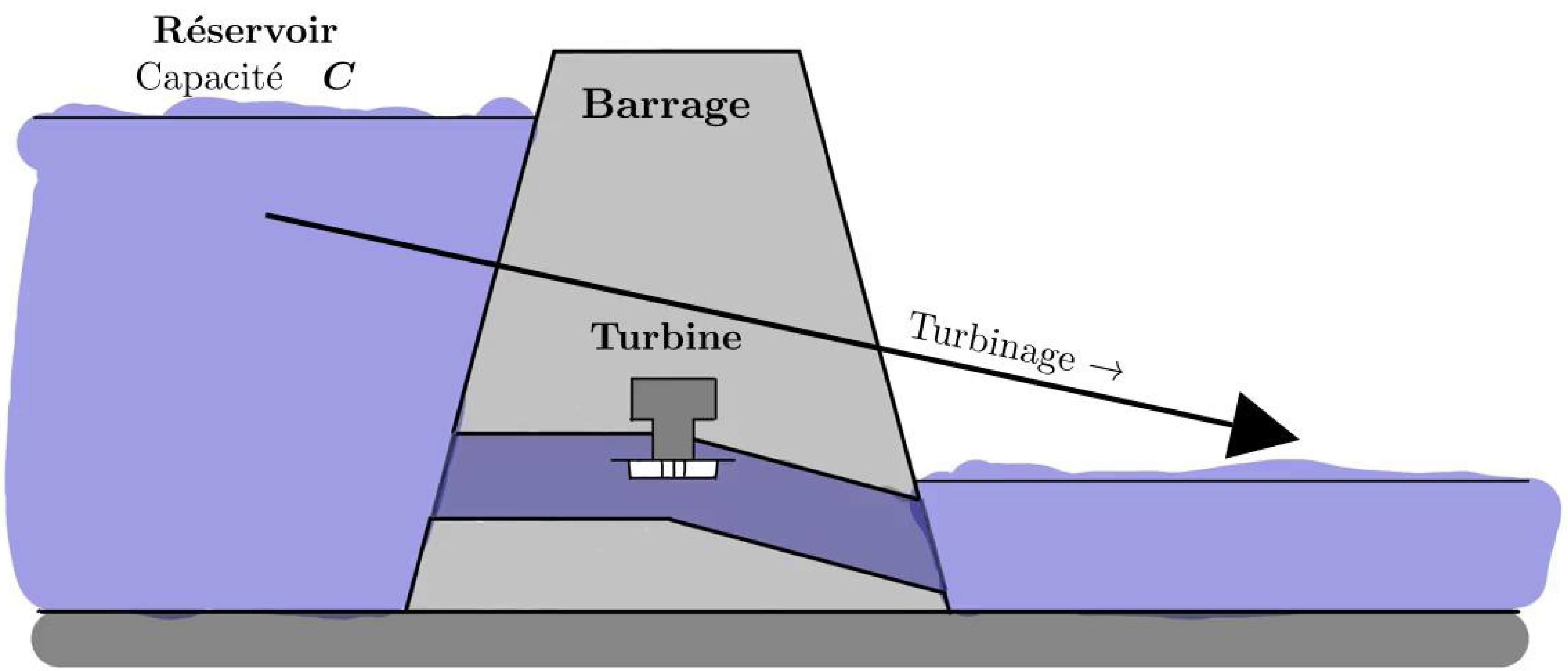


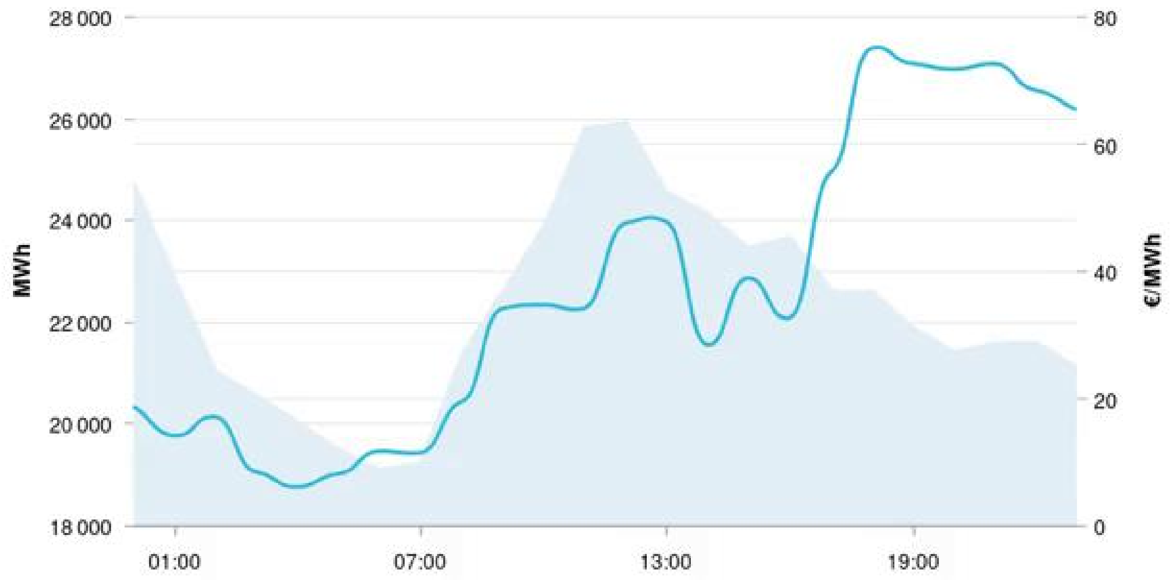


À l'heure $\boldsymbol{h}$

Le barrage peut turbiner $\boldsymbol{x}$ L/h et rapporter $\boldsymbol{x} \cdot P_h$ €

Un opérateur de centrale hydroélectrique cherche à maximiser son profit économique en planifiant l'opération du barrage heure par heure.



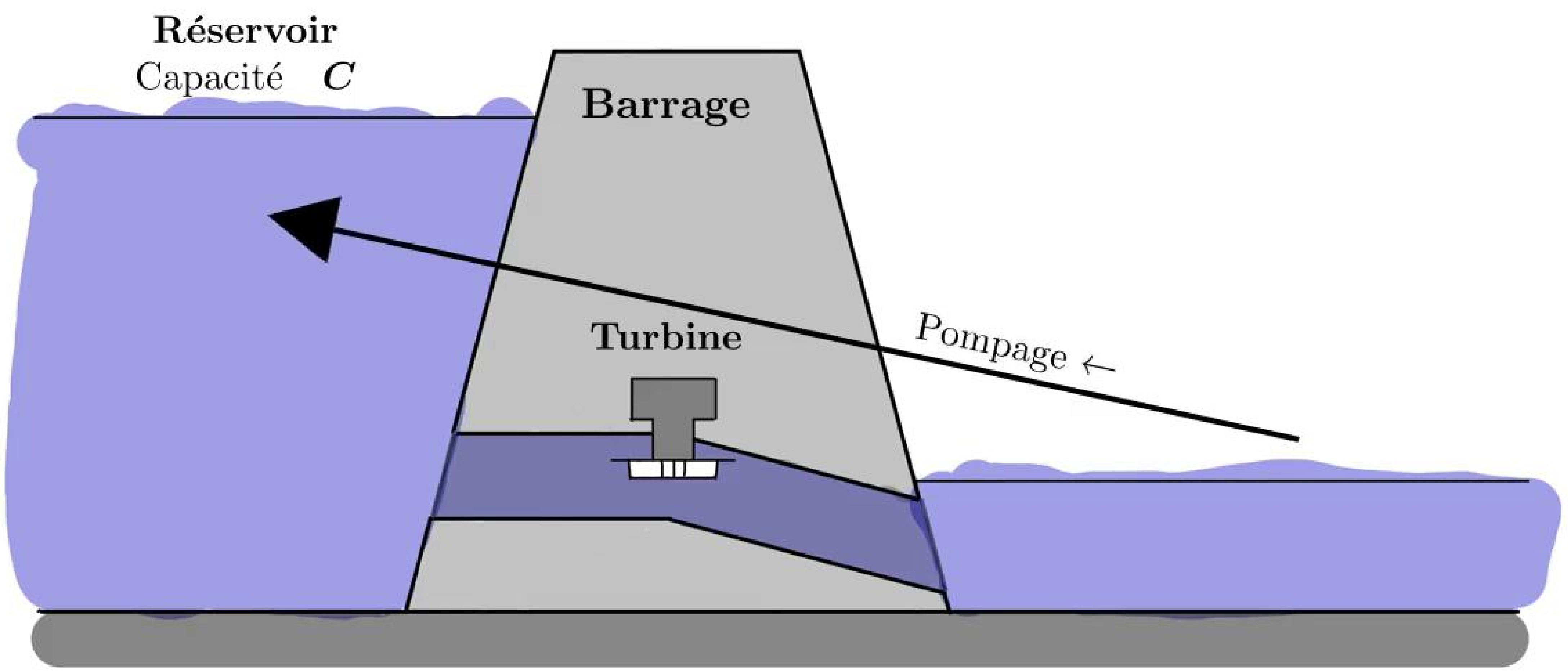


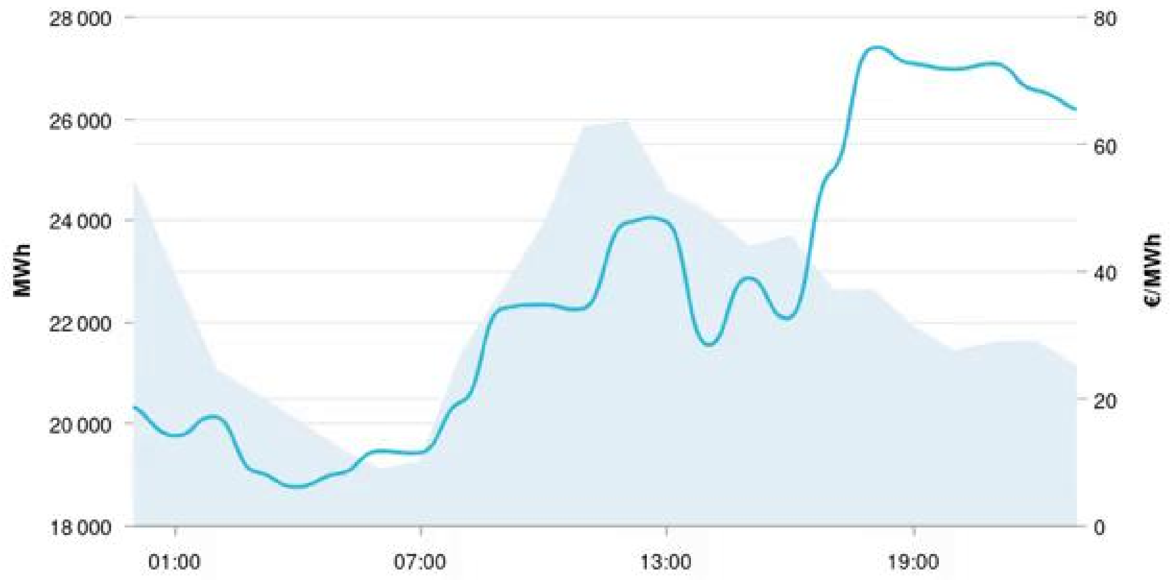
À l'heure $\boldsymbol{h}$

Le barrage peut <u>turbiner</u> $\boldsymbol{x}$ L/h et rapporter $\boldsymbol{x} \cdot P_h$ €

Le barrage peut <u>pomper</u> $\boldsymbol{x}$ L/h et payer $\boldsymbol{x} \cdot P_h$ €

Un opérateur de centrale hydroélectrique cherche à maximiser son profit économique en planifiant l'opération du barrage heure par heure.



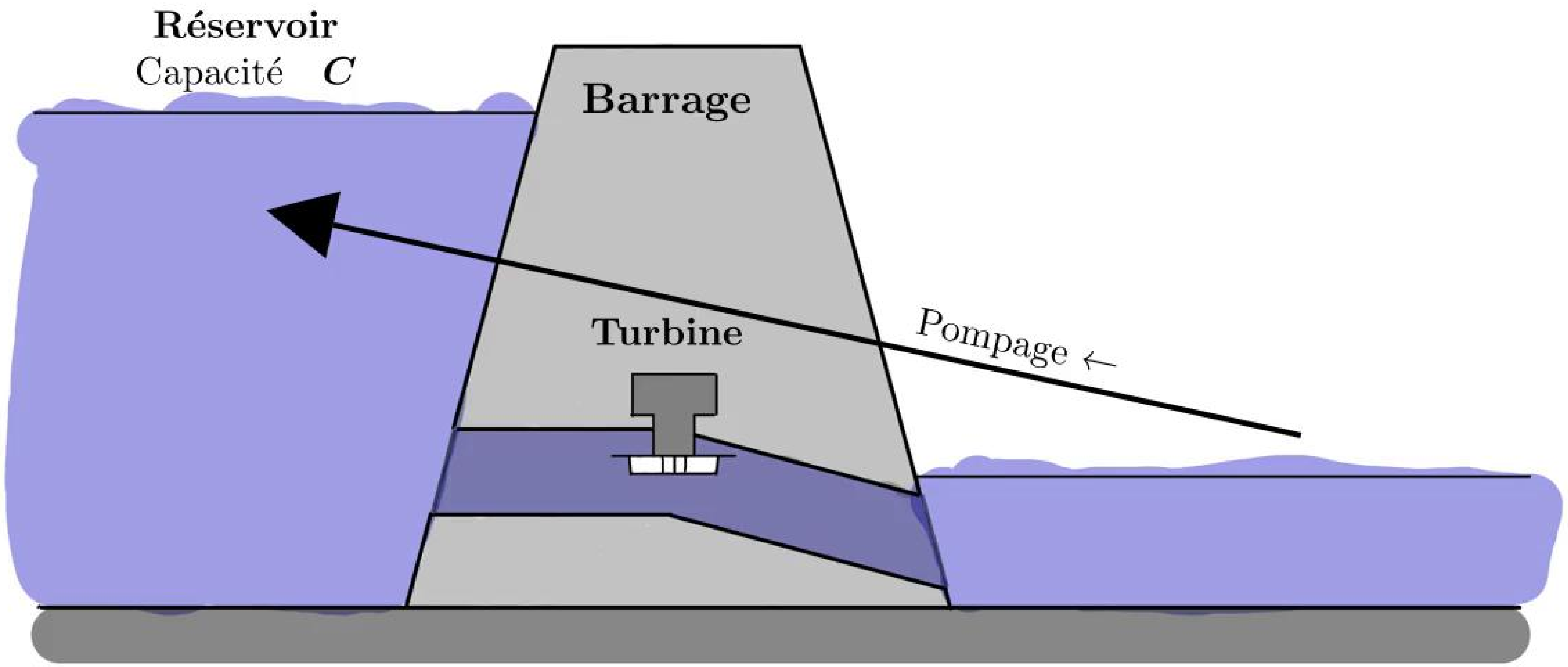


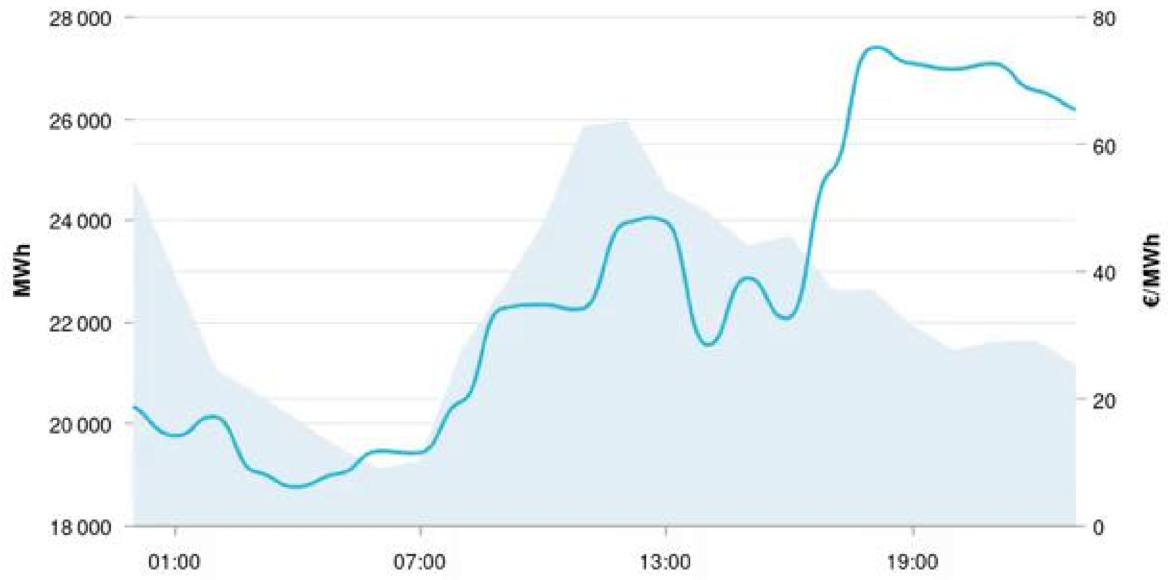
À l'heure $\boldsymbol{h}$

Le barrage peut turbiner $\boldsymbol{x}$ L/h et rapporter $\boldsymbol{x} \cdot P_h$ €

Le barrage peut pomper $\boldsymbol{x}$ L/h et payer $\boldsymbol{x} \cdot P_h$ €

Un opérateur de centrale hydroélectrique cherche à maximiser son profit économique en planifiant l'opération du barrage heure par heure.





À l'heure h

Le barrage peut <u>turbiner</u> x L/h et rapporter $x \cdot P_h$ €

Le barrage peut <u>pomper</u> x L/h et payer $x \cdot P_h$ €

Attention à pas déborder le réservoir ou a turbiner plus d'eau que ce qu'on a !

Données

Soit $\boldsymbol{T} \in \mathbb{N}$, l'horizon temporel de notre problème (exemple: $\boldsymbol{T} = 72\text{h}$).

Soit $\boldsymbol{P_h} \in \mathbb{R}^+$, pour toute heure $\boldsymbol{h} \in \mathbb{N}$ de 1 à $\boldsymbol{T}$,
le prix en €/Litre de turbiner/pomper 1L d'eau dans l'heure $\boldsymbol{h}$.

Soit $\boldsymbol{C} \in \mathbb{R}^+$, la capacité du réservoir en Litres.

Données

Soit $\boldsymbol{T} \in \mathbb{N}$, l'horizon temporel de notre problème (exemple: $\boldsymbol{T} = 72\text{h}$).

Soit $\boldsymbol{P_h} \in \mathbb{R}^+$, pour toute heure $\boldsymbol{h} \in \mathbb{N}$ de 1 à $\boldsymbol{T}$,
le prix en €/Litre de turbiner/pomper 1L d'eau dans l'heure $\boldsymbol{h}$.

Soit $\boldsymbol{C} \in \mathbb{R}^+$, la capacité du réservoir en Litres.

Variables de décisions

Données

Soit $\boldsymbol{T} \in \mathbb{N}$, l'horizon temporel de notre problème (exemple: $\boldsymbol{T} = 72\text{h}$).

Soit $\boldsymbol{P_h} \in \mathbb{R}^+$, pour toute heure $\boldsymbol{h} \in \mathbb{N}$ de 1 à $\boldsymbol{T}$,
le prix en €/Litre de turbiner/pomper 1L d'eau dans l'heure $\boldsymbol{h}$.

Soit $\boldsymbol{C} \in \mathbb{R}^+$, la capacité du réservoir en Litres.

Variables de décisions

$\boldsymbol{Q_h}$: Quantité d'eau présente dans le réservoir au début de l'heure $\boldsymbol{h}$ en Litres.

Pour tout $\boldsymbol{h}$ de 1 à $\boldsymbol{T}$

Données

Soit $\boldsymbol{T} \in \mathbb{N}$, l'horizon temporel de notre problème (exemple: $\boldsymbol{T} = 72\text{h}$).

Soit $\boldsymbol{P_h} \in \mathbb{R}^+$, pour toute heure $\boldsymbol{h} \in \mathbb{N}$ de 1 à $\boldsymbol{T}$,
le prix en €/Litre de turbiner/pomper 1L d'eau dans l'heure $\boldsymbol{h}$.

Soit $\boldsymbol{C} \in \mathbb{R}^+$, la capacité du réservoir en Litres.

Variables de décisions

$\boldsymbol{Q_h}$: Quantité d'eau présente dans le réservoir au début de l'heure $\boldsymbol{h}$ en Litres.

$\boldsymbol{\Delta_h}$: Quantité d'eau pompée (+) ou turbinée (−) pendant l'heure $\boldsymbol{h}$ en Litres.

Pour tout $\boldsymbol{h}$ de 1 à $\boldsymbol{T}$

Données

Soit $\boldsymbol{T} \in \mathbb{N}$, l'horizon temporel de notre problème (exemple: $\boldsymbol{T} = 72\text{h}$).

Soit $\boldsymbol{P_h} \in \mathbb{R}^+$, pour toute heure $\boldsymbol{h} \in \mathbb{N}$ de 1 à $\boldsymbol{T}$,
le prix en €/Litre de turbiner/pomper 1L d'eau dans l'heure $\boldsymbol{h}$.

Soit $\boldsymbol{C} \in \mathbb{R}^+$, la capacité du réservoir en Litres.

Variables de décisions

$\boldsymbol{Q_h}$: Quantité d'eau présente dans le réservoir au début de l'heure $\boldsymbol{h}$ en Litres.

$\boldsymbol{\Delta_h}$: Quantité d'eau pompée (+) ou turbinée (−) pendant l'heure $\boldsymbol{h}$ en Litres.

Pour tout $\boldsymbol{h}$ de 1 à $\boldsymbol{T}$

Fonction objectif

Données

Soit $\boldsymbol{T} \in \mathbb{N}$, l'horizon temporel de notre problème (exemple: $\boldsymbol{T} = 72\text{h}$).

Soit $\boldsymbol{P_h} \in \mathbb{R}^+$, pour toute heure $\boldsymbol{h} \in \mathbb{N}$ de 1 à $\boldsymbol{T}$,
le prix en €/Litre de turbiner/pomper 1L d'eau dans l'heure $\boldsymbol{h}$.

Soit $\boldsymbol{C} \in \mathbb{R}^+$, la capacité du réservoir en Litres.

Variables de décisions

$\boldsymbol{Q_h}$: Quantité d'eau présente dans le réservoir au début de l'heure $\boldsymbol{h}$ en Litres.

$\boldsymbol{\Delta_h}$: Quantité d'eau pompée $(+)$ ou turbinée $(-)$ pendant l'heure $\boldsymbol{h}$ en Litres.

Pour tout $\boldsymbol{h}$ de 1 à $\boldsymbol{T}$

Fonction objectif

$$\max \quad \sum_{h=1}^{T} \boldsymbol{P_h} \cdot (-\boldsymbol{\Delta_h})$$

Données

Soit $\boldsymbol{T} \in \mathbb{N}$, l'horizon temporel de notre problème (exemple: $\boldsymbol{T} = 72\text{h}$).

Soit $\boldsymbol{P_h} \in \mathbb{R}^+$, pour toute heure $\boldsymbol{h} \in \mathbb{N}$ de 1 à $\boldsymbol{T}$,
le prix en €/Litre de turbiner/pomper 1L d'eau dans l'heure $\boldsymbol{h}$.

Soit $\boldsymbol{C} \in \mathbb{R}^+$, la capacité du réservoir en Litres.

Variables de décisions

$\boldsymbol{Q_h}$: Quantité d'eau présente dans le réservoir au début de l'heure $\boldsymbol{h}$ en Litres.

$\boldsymbol{\Delta_h}$: Quantité d'eau pompée (+) ou turbinée (−) pendant l'heure $\boldsymbol{h}$ en Litres.

Pour tout $\boldsymbol{h}$ de 1 à $\boldsymbol{T}$

Fonction objectif

$$\max \quad \sum_{h=1}^{T} \boldsymbol{P_h} \cdot (-\boldsymbol{\Delta_h})$$

Données

Soit $\boldsymbol{T} \in \mathbb{N}$, l'horizon temporel de notre problème (exemple: $\boldsymbol{T} = 72$h).

Soit $\boldsymbol{P_h} \in \mathbb{R}^+$, pour toute heure $\boldsymbol{h} \in \mathbb{N}$ de 1 à $\boldsymbol{T}$,
le prix en €/Litre de turbiner/pomper 1L d'eau dans l'heure $\boldsymbol{h}$.

Soit $\boldsymbol{C} \in \mathbb{R}^+$, la capacité du réservoir en Litres.

Variables de décisions

$\boldsymbol{Q_h}$: Quantité d'eau présente dans le réservoir au début de l'heure $\boldsymbol{h}$ en Litres.

$\boldsymbol{\Delta_h}$: Quantité d'eau pompée (+) ou turbinée (−) pendant l'heure $\boldsymbol{h}$ en Litres.

Pour tout $\boldsymbol{h}$ de 1 à $\boldsymbol{T}$

Fonction objectif

$$\max \quad \sum_{h=1}^{T} \boldsymbol{P_h} \cdot (-\boldsymbol{\Delta_h})$$

Contraintes

Données

Soit $\boldsymbol{T} \in \mathbb{N}$, l'horizon temporel de notre problème (exemple: $\boldsymbol{T} = 72\text{h}$).

Soit $\boldsymbol{P_h} \in \mathbb{R}^+$, pour toute heure $\boldsymbol{h} \in \mathbb{N}$ de 1 à $\boldsymbol{T}$,
le prix en €/Litre de turbiner/pomper 1L d'eau dans l'heure $\boldsymbol{h}$.

Soit $\boldsymbol{C} \in \mathbb{R}^+$, la capacité du réservoir en Litres.

Variables de décisions

$\boldsymbol{Q_h}$: Quantité d'eau présente dans le réservoir au début de l'heure $\boldsymbol{h}$ en Litres.

$\boldsymbol{\Delta_h}$: Quantité d'eau pompée $(+)$ ou turbinée $(-)$ pendant l'heure $\boldsymbol{h}$ en Litres.

Pour tout $\boldsymbol{h}$ de 1 à $\boldsymbol{T}$

Fonction objectif

$$\max \quad \sum_{h=1}^{T} \boldsymbol{P_h} \cdot (-\boldsymbol{\Delta_h})$$

Contraintes

$$\boldsymbol{Q_h} \geq 0, \quad \boldsymbol{Q_h} \leq \boldsymbol{C} \qquad \forall \boldsymbol{h} \in \{1, \cdots, \boldsymbol{T}\}$$

Données

Soit $\boldsymbol{T} \in \mathbb{N}$, l'horizon temporel de notre problème (exemple: $\boldsymbol{T} = 72\text{h}$).

Soit $\boldsymbol{P_h} \in \mathbb{R}^+$, pour toute heure $\boldsymbol{h} \in \mathbb{N}$ de 1 à $\boldsymbol{T}$,
le prix en €/Litre de turbiner/pomper 1L d'eau dans l'heure $\boldsymbol{h}$.

Soit $\boldsymbol{C} \in \mathbb{R}^+$, la capacité du réservoir en Litres.

Variables de décisions

$\boldsymbol{Q_h}$: Quantité d'eau présente dans le réservoir au début de l'heure $\boldsymbol{h}$ en Litres.

$\boldsymbol{\Delta_h}$: Quantité d'eau pompée (+) ou turbinée (−) pendant l'heure $\boldsymbol{h}$ en Litres.

Pour tout $\boldsymbol{h}$ de 1 à $\boldsymbol{T}$

Fonction objectif

$$\max \quad \sum_{h=1}^{T} \boldsymbol{P_h} \cdot (-\boldsymbol{\Delta_h})$$

Contraintes

$$\boldsymbol{Q_h} \geq 0, \quad \boldsymbol{Q_h} \leq \boldsymbol{C} \qquad \forall \boldsymbol{h} \in \{1, \cdots, \boldsymbol{T}\}$$

$$\boldsymbol{Q_h} = \boldsymbol{Q_{h-1}} + \boldsymbol{\Delta_{h-1}} \qquad \forall \boldsymbol{h} \in \{2, \cdots, \boldsymbol{T}\}$$

Quels objets prendre dans son sac pour maximiser son profit de vente ?

Quels objets prendre dans son sac pour maximiser son profit de vente ?

1: **Lingot de fer**
Poids: 12 kg
Valeur: 14 pièces

2: **Meule de fromage**
Poids: 14 kg
Valeur: 18 pièces

3: **Crystal bizarre**
Poids: 8 kg
Valeur: 8 pièces

Capacité $\boldsymbol{C}$ du sac: 20 kg

Quels objets prendre dans son sac pour maximiser son profit de vente ?

1: **Lingot de fer**
Poids: 12 kg
Valeur: 14 pièces

2: **Meule de fromage**
Poids: 14 kg
Valeur: 18 pièces

3: **Crystal bizarre**
Poids: 8 kg
Valeur: 8 pièces

Capacité $\boldsymbol{C}$ du sac: 20 kg

Variables de décision

Quels objets prendre dans son sac pour maximiser son profit de vente ?

1: **Lingot de fer**
Poids: 12 kg
Valeur: 14 pièces

2: **Meule de fromage**
Poids: 14 kg
Valeur: 18 pièces

3: **Crystal bizarre**
Poids: 8 kg
Valeur: 8 pièces

Capacité $\boldsymbol{C}$ du sac: 20 kg

Variables de décision

$\boldsymbol{x_i}$ Pour chaque objet $\boldsymbol{i} \in \mathbf{O}$

1 si on prend $\boldsymbol{i}, 0$ sinon.

Quels objets prendre dans son sac pour maximiser son profit de vente ?

1: **Lingot de fer**
Poids: 12 kg
Valeur: 14 pièces

2: **Meule de fromage**
Poids: 14 kg
Valeur: 18 pièces

3: **Crystal bizarre**
Poids: 8 kg
Valeur: 8 pièces

Capacité $\boldsymbol{C}$ du sac: 20 kg

Variables de décision

$\boldsymbol{x_i}$ Pour chaque objet $\boldsymbol{i} \in \mathbf{O}$
1 si on prend $\boldsymbol{i}$, 0 sinon.

Fonction objectif

Quels objets prendre dans son sac pour maximiser son profit de vente ?

1: **Lingot de fer**
Poids: 12 kg
Valeur: 14 pièces

2: **Meule de fromage**
Poids: 14 kg
Valeur: 18 pièces

3: **Crystal bizarre**
Poids: 8 kg
Valeur: 8 pièces

Capacité $\boldsymbol{C}$ du sac: 20 kg

Variables de décision

$\boldsymbol{x_i}$ Pour chaque objet $\boldsymbol{i} \in \mathbf{O}$

1 si on prend $\boldsymbol{i}$, 0 sinon.

Fonction objectif

$$\max \quad \sum_{\boldsymbol{i}}^{\boldsymbol{O}} V_{\boldsymbol{i}} \cdot \boldsymbol{x_i}$$

Quels objets prendre dans son sac pour maximiser son profit de vente ?

1: **Lingot de fer**
Poids: 12 kg
Valeur: 14 pièces

2: **Meule de fromage**
Poids: 14 kg
Valeur: 18 pièces

3: **Crystal bizarre**
Poids: 8 kg
Valeur: 8 pièces

Capacité $\boldsymbol{C}$ du sac: 20 kg

Variables de décision

$\boldsymbol{x_i}$ Pour chaque objet $\boldsymbol{i} \in \mathbf{O}$
1 si on prend $\boldsymbol{i}$, 0 sinon.

Fonction objectif

$$\max \sum_{\boldsymbol{i}}^{\boldsymbol{O}} V_{\boldsymbol{i}} \cdot \boldsymbol{x_i}$$

Contraintes

Quels objets prendre dans son sac pour maximiser son profit de vente ?

1: **Lingot de fer**
Poids: 12 kg
Valeur: 14 pièces

2: **Meule de fromage**
Poids: 14 kg
Valeur: 18 pièces

3: **Crystal bizarre**
Poids: 8 kg
Valeur: 8 pièces

Capacité $\boldsymbol{C}$ du sac: 20 kg

Variables de décision

$\boldsymbol{x_i}$ Pour chaque objet $\boldsymbol{i} \in \mathbf{O}$
1 si on prend $\boldsymbol{i}$, 0 sinon.

Fonction objectif

$$\max \sum_{\boldsymbol{i}}^{\boldsymbol{O}} V_{\boldsymbol{i}} \cdot \boldsymbol{x_i}$$

Contraintes

$\boldsymbol{x_i} \geq 0, \quad \boldsymbol{x_i} \leq 1$ Pour chaque objet $\boldsymbol{i} \in \mathbf{O}$

Quels objets prendre dans son sac pour maximiser son profit de vente ?

1: **Lingot de fer**
Poids: 12 kg
Valeur: 14 pièces

2: **Meule de fromage**
Poids: 14 kg
Valeur: 18 pièces

3: **Crystal bizarre**
Poids: 8 kg
Valeur: 8 pièces

Capacité $\boldsymbol{C}$ du sac: 20 kg

Variables de décision

$\boldsymbol{x_i}$ Pour chaque objet $\boldsymbol{i} \in \mathbf{O}$

1 si on prend $\boldsymbol{i}$, 0 sinon.

Fonction objectif

$$\max \sum_{\boldsymbol{i}}^{\boldsymbol{O}} V_{\boldsymbol{i}} \cdot \boldsymbol{x_i}$$

Contraintes

$\boldsymbol{x_i} \geq 0, \quad \boldsymbol{x_i} \leq 1$ Pour chaque objet $\boldsymbol{i} \in \mathbf{O}$

$$\sum_{i}^{\boldsymbol{O}} P_{\boldsymbol{i}} \cdot \boldsymbol{x_i} \leq \boldsymbol{C} \quad \text{(Capacité)}$$

Quels objets prendre dans son sac pour maximiser son profit de vente ?

1: **Lingot de fer**
<u>Poids</u>: 12 kg
<u>Valeur</u>: 14 pièces

2: **Meule de fromage**
<u>Poids</u>: 14 kg
<u>Valeur</u>: 18 pièces

3: **Crystal bizarre**
<u>Poids</u>: 8 kg
<u>Valeur</u>: 8 pièces

Capacité $\boldsymbol{C}$ du sac: 20 kg

Variables de décision

$\boldsymbol{x_i}$ Pour chaque objet $\boldsymbol{i} \in \mathbf{O}$

1 si on prend $\boldsymbol{i}$, 0 sinon.

Fonction objectif

$$\max \quad \sum_{\boldsymbol{i}}^{\boldsymbol{O}} V_{\boldsymbol{i}} \cdot \boldsymbol{x_i}$$

Contraintes

$\boldsymbol{x_i} \geq 0, \quad \boldsymbol{x_i} \leq 1$ Pour chaque objet $\boldsymbol{i} \in \mathbf{O}$

$$\sum_{i}^{\boldsymbol{O}} P_{\boldsymbol{i}} \cdot \boldsymbol{x_i} \leq \boldsymbol{C} \quad \text{(Capacité)}$$

Solution !

Quels objets prendre dans son sac pour maximiser son profit de vente ?

1: **Lingot de fer**
Poids: 12 kg
Valeur: 14 pièces

2: **Meule de fromage**
Poids: 14 kg
Valeur: 18 pièces

3: **Crystal bizarre**
Poids: 8 kg
Valeur: 8 pièces

Capacité $\boldsymbol{C}$ du sac: 20 kg

Variables de décision

$\boldsymbol{x_i}$ Pour chaque objet $\boldsymbol{i} \in \mathbf{O}$

1 si on prend $\boldsymbol{i}$, 0 sinon.

Fonction objectif

$$\max \quad \sum_{\boldsymbol{i}}^{\boldsymbol{O}} V_{\boldsymbol{i}} \cdot \boldsymbol{x_i}$$

Contraintes

$\boldsymbol{x_i} \geq 0, \quad \boldsymbol{x_i} \leq 1$ Pour chaque objet $\boldsymbol{i} \in \mathbf{O}$

$$\sum_{i}^{\boldsymbol{O}} P_{\boldsymbol{i}} \cdot \boldsymbol{x_i} \leq \boldsymbol{C} \quad \text{(Capacité)}$$

Solution !

Valeur: 25, $\quad \bar{\boldsymbol{x}}_{\mathbf{1}} = 0.5, \quad \bar{\boldsymbol{x}}_{\mathbf{2}} = 1, \quad \bar{\boldsymbol{x}}_{\mathbf{3}} = 0$

Quels objets prendre dans son sac pour maximiser son profit de vente ?

1: **Lingot de fer**
Poids: 12 kg
Valeur: 14 pièces

2: **Meule de fromage**
Poids: 14 kg
Valeur: 18 pièces

3: **Crystal bizarre**
Poids: 8 kg
Valeur: 8 pièces

Capacité $\boldsymbol{C}$ du sac: 20 kg

Variables de décision

$\boldsymbol{x_i}$ Pour chaque objet $\boldsymbol{i} \in \mathbf{O}$

1 si on prend $\boldsymbol{i}$, 0 sinon.

Fonction objectif

$$\max \quad \sum_{\boldsymbol{i}}^{\boldsymbol{O}} V_{\boldsymbol{i}} \cdot \boldsymbol{x_i}$$

Contraintes

$\boldsymbol{x_i} \geq 0, \quad \boldsymbol{x_i} \leq 1$ Pour chaque objet $\boldsymbol{i} \in \mathbf{O}$

$$\sum_{i}^{\boldsymbol{O}} P_{\boldsymbol{i}} \cdot \boldsymbol{x_i} \leq \boldsymbol{C} \quad \text{(Capacité)}$$

Solution !

Valeur: 25, $\quad \bar{x_1} = 0.5, \quad \bar{x_2} = 1, \quad \bar{x_3} = 0$

Quels objets prendre dans son sac pour maximiser son profit de vente ?

1: **Lingot de fer**
Poids: 12 kg
Valeur: 14 pièces

2: **Meule de fromage**
Poids: 14 kg
Valeur: 18 pièces

3: **Crystal bizarre**
Poids: 8 kg
Valeur: 8 pièces

Capacité $\boldsymbol{C}$ du sac: 20 kg

Variables de décision

$\boldsymbol{x_i}$ Pour chaque objet $\boldsymbol{i} \in \mathbf{O}$

$\boxed{\boldsymbol{x_i} \in \mathbb{N}}$ 1 si on prend $\boldsymbol{i}$, 0 sinon.

Fonction objectif

$$\max \sum_{\boldsymbol{i}}^{\boldsymbol{O}} V_{\boldsymbol{i}} \cdot \boldsymbol{x_i}$$

Contraintes

$\boldsymbol{x_i} \geq 0, \quad \boldsymbol{x_i} \leq 1$ Pour chaque objet $\boldsymbol{i} \in \mathbf{O}$

$$\sum_{i}^{\boldsymbol{O}} P_{\boldsymbol{i}} \cdot \boldsymbol{x_i} \leq \boldsymbol{C} \quad \text{(Capacité)}$$

Solution !

Valeur: 25, $\bar{\boldsymbol{x}}_{\mathbf{1}} = 0.5$, $\bar{\boldsymbol{x}}_{\mathbf{2}} = 1$, $\bar{\boldsymbol{x}}_{\mathbf{3}} = 0$

Quels objets prendre dans son sac pour maximiser son profit de vente ?

1: **Lingot de fer**
Poids: 12 kg
Valeur: 14 pièces

2: **Meule de fromage**
Poids: 14 kg
Valeur: 18 pièces

3: **Crystal bizarre**
Poids: 8 kg
Valeur: 8 pièces

Capacité $\boldsymbol{C}$ du sac: 20 kg

Variables de décision

$\boldsymbol{x_i}$ Pour chaque objet $\boldsymbol{i} \in \mathbf{O}$

$\boxed{\boldsymbol{x_i} \in \mathbb{N}}$ 1 si on prend $\boldsymbol{i}$, 0 sinon.

Fonction objectif

$$\max \quad \sum_{i}^{O} V_i \cdot \boldsymbol{x_i}$$

Contraintes

$\boldsymbol{x_i} \geq 0, \quad \boldsymbol{x_i} \leq 1$ Pour chaque objet $\boldsymbol{i} \in \mathbf{O}$

$$\sum_{i}^{O} P_i \cdot \boldsymbol{x_i} \leq \boldsymbol{C} \quad \text{(Capacité)}$$

Solution !

Valeur: 22, $\quad \bar{x}_1 = 1, \quad \bar{x}_2 = 0, \quad \bar{x}_3 = 1$

La Programmation Linéaire en Nombres Entiers

Plus difficiles à résoudre que les programmes linéaires, ils modélisent un plus grand nombre de problèmes.

La Programmation Linéaire en Nombres Entiers

Plus difficiles à résoudre que les programmes linéaires, ils modélisent un plus grand nombre de problèmes.

Nombre fini de **variables** $x_1, x_2, \cdots, x_n$ réelles ($\in \mathbb{R}$) ou entières ($\in \mathbb{Z}$)

La Programmation Linéaire en Nombres Entiers

Plus difficiles à résoudre que les programmes linéaires, ils modélisent un plus grand nombre de problèmes.

Nombre fini de **variables** $x_1, x_2, \cdots, x_n$ réelles ($\in \mathbb{R}$) ou entières ($\in \mathbb{Z}$)

Fonction objectif linéaire

$$\max / \min \quad c_1 x_1 + c_2 x_2 + \cdots + c_n x_n$$

La Programmation Linéaire en Nombres Entiers

Plus difficiles à résoudre que les programmes linéaires, ils modélisent un plus grand nombre de problèmes.

Nombre fini de **variables** $x_1, x_2, \cdots, x_n$ réelles ($\in \mathbb{R}$) ou entières ($\in \mathbb{Z}$)

Fonction objectif linéaire

$$\max / \min \quad c_1 x_1 + c_2 x_2 + \cdots + c_n x_n$$

Contraintes linéaires:

$$a_1 x_1 + a_2 x_2 + \cdots + a_n x_n \geq b$$
$$a'_1 x_1 + a'_2 x_2 + \cdots + a'_n x_n \leq b'$$
$$a''_1 x_1 + a''_2 x_2 + \cdots + a''_n x_n = b''$$

La Programmation Linéaire en Nombres Entiers

Plus difficiles à résoudre que les programmes linéaires, ils modélisent un plus grand nombre de problèmes.

Nombre fini de **variables** $x_1, x_2, \cdots, x_n$ réelles ($\in \mathbb{R}$) ou entières ($\in \mathbb{Z}$)

Fonction objectif linéaire

$$\max / \min \quad c_1 x_1 + c_2 x_2 + \cdots + c_n x_n$$

Contraintes linéaires:

$$a_1 x_1 + a_2 x_2 + \cdots + a_n x_n \geq b$$
$$a'_1 x_1 + a'_2 x_2 + \cdots + a'_n x_n \leq b'$$
$$a''_1 x_1 + a''_2 x_2 + \cdots + a''_n x_n = b''$$

La zone réalisable n'est plus un polyhèdre...
L'algorithme de résolution des programmes linéaires ne fonctionne plus.

La Programmation Linéaire en Nombres Entiers

Plus difficiles à résoudre que les programmes linéaires, ils modélisent un plus grand nombre de problèmes.

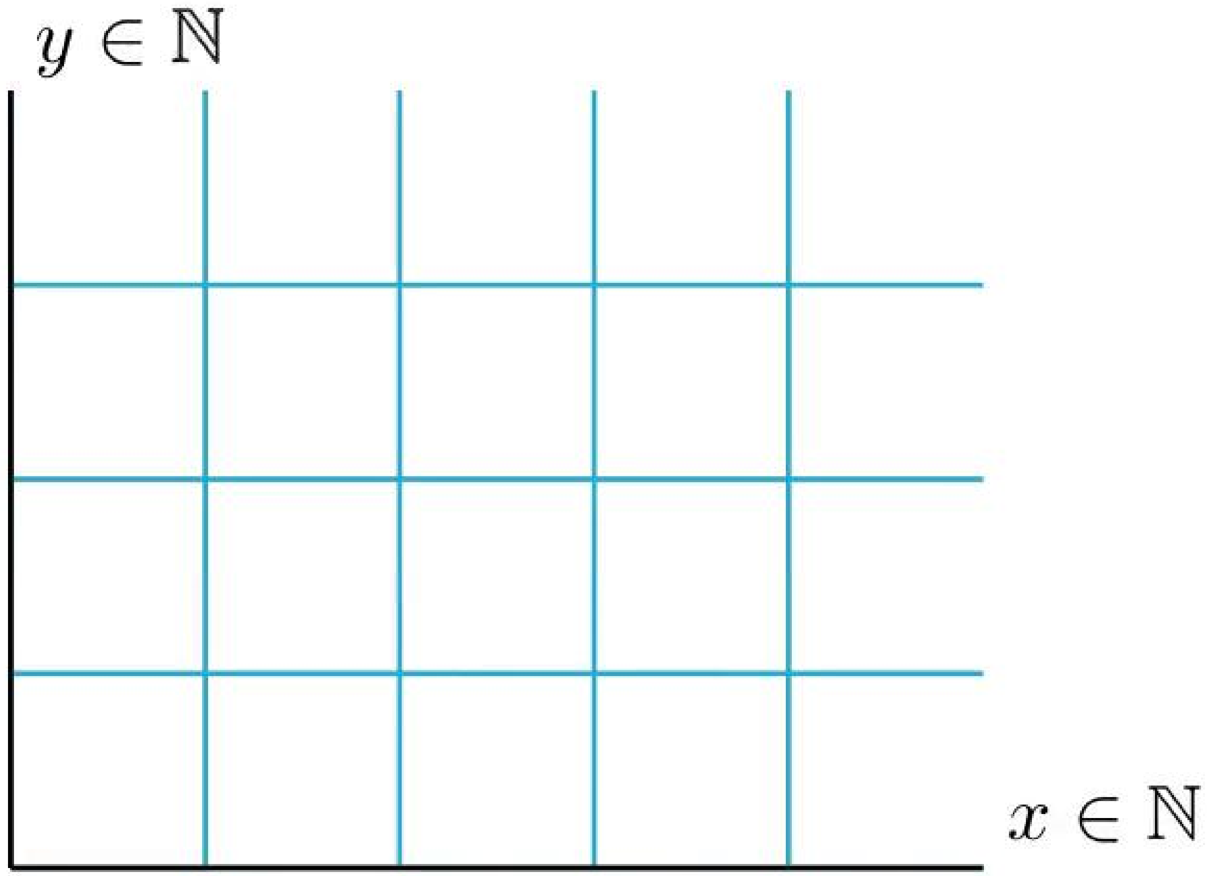
Nombre fini de **variables** $x_1, x_2, \cdots, x_n$ réelles ($\in \mathbb{R}$) ou entières ($\in \mathbb{Z}$)

Fonction objectif linéaire

$$\max / \min \quad c_1 x_1 + c_2 x_2 + \cdots + c_n x_n$$

Contraintes linéaires:

$$a_1 x_1 + a_2 x_2 + \cdots + a_n x_n \geq b$$
$$a'_1 x_1 + a'_2 x_2 + \cdots + a'_n x_n \leq b'$$
$$a''_1 x_1 + a''_2 x_2 + \cdots + a''_n x_n = b''$$



La zone réalisable n'est plus un polyhèdre...
L'algorithme de résolution des programmes linéaires ne fonctionne plus.

La Programmation Linéaire en Nombres Entiers

Plus difficiles à résoudre que les programmes linéaires, ils modélisent un plus grand nombre de problèmes.

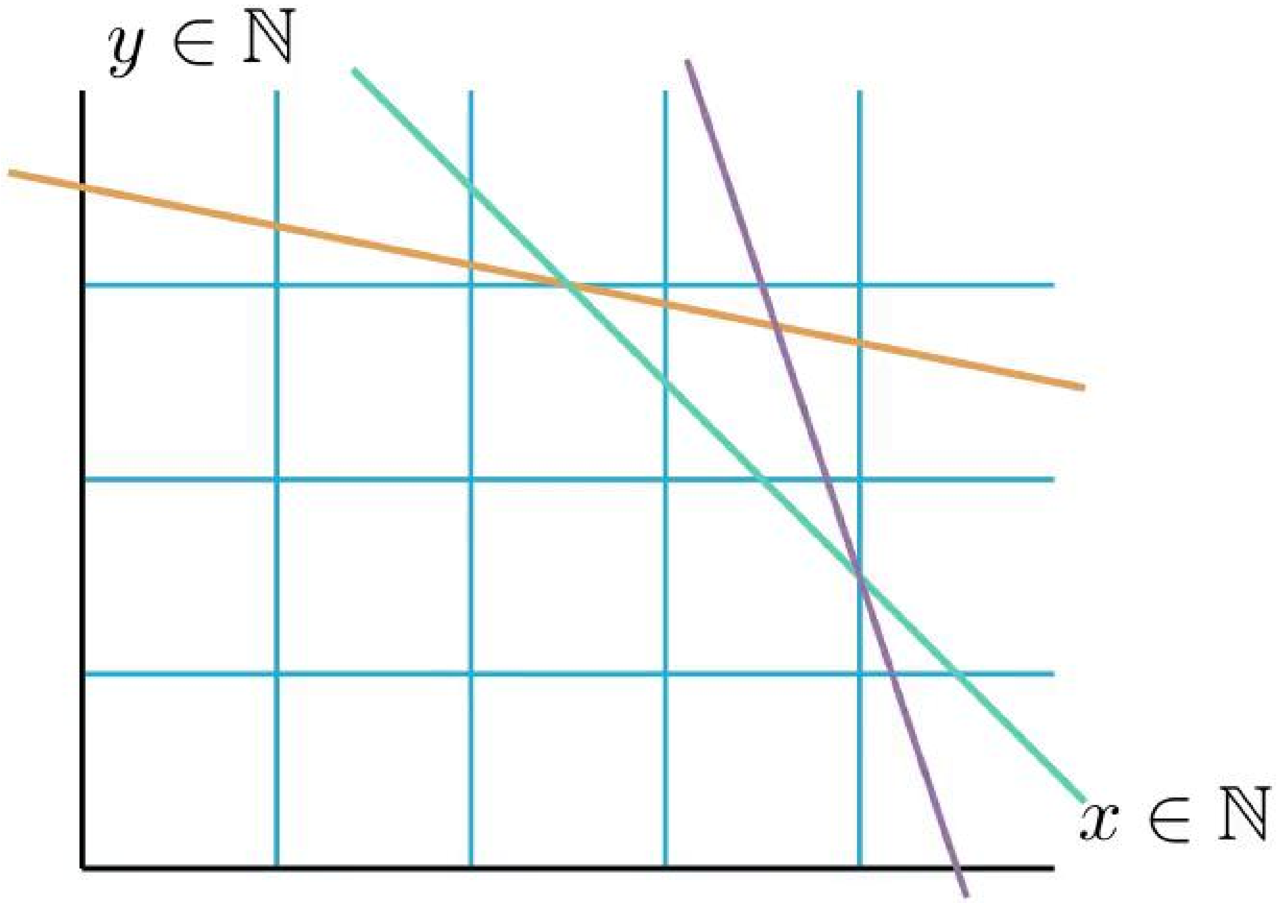
Nombre fini de **variables** $x_1, x_2, \cdots, x_n$ réelles ($\in \mathbb{R}$) ou entières ($\in \mathbb{Z}$)

Fonction objectif linéaire

$$\max / \min \quad c_1 x_1 + c_2 x_2 + \cdots + c_n x_n$$

Contraintes linéaires:

$$a_1 x_1 + a_2 x_2 + \cdots + a_n x_n \geq b$$
$$a'_1 x_1 + a'_2 x_2 + \cdots + a'_n x_n \leq b'$$
$$a''_1 x_1 + a''_2 x_2 + \cdots + a''_n x_n = b''$$



La zone réalisable n'est plus un polyhèdre...
L'algorithme de résolution des programmes linéaires ne fonctionne plus.

La Programmation Linéaire en Nombres Entiers

Plus difficiles à résoudre que les programmes linéaires, ils modélisent un plus grand nombre de problèmes.

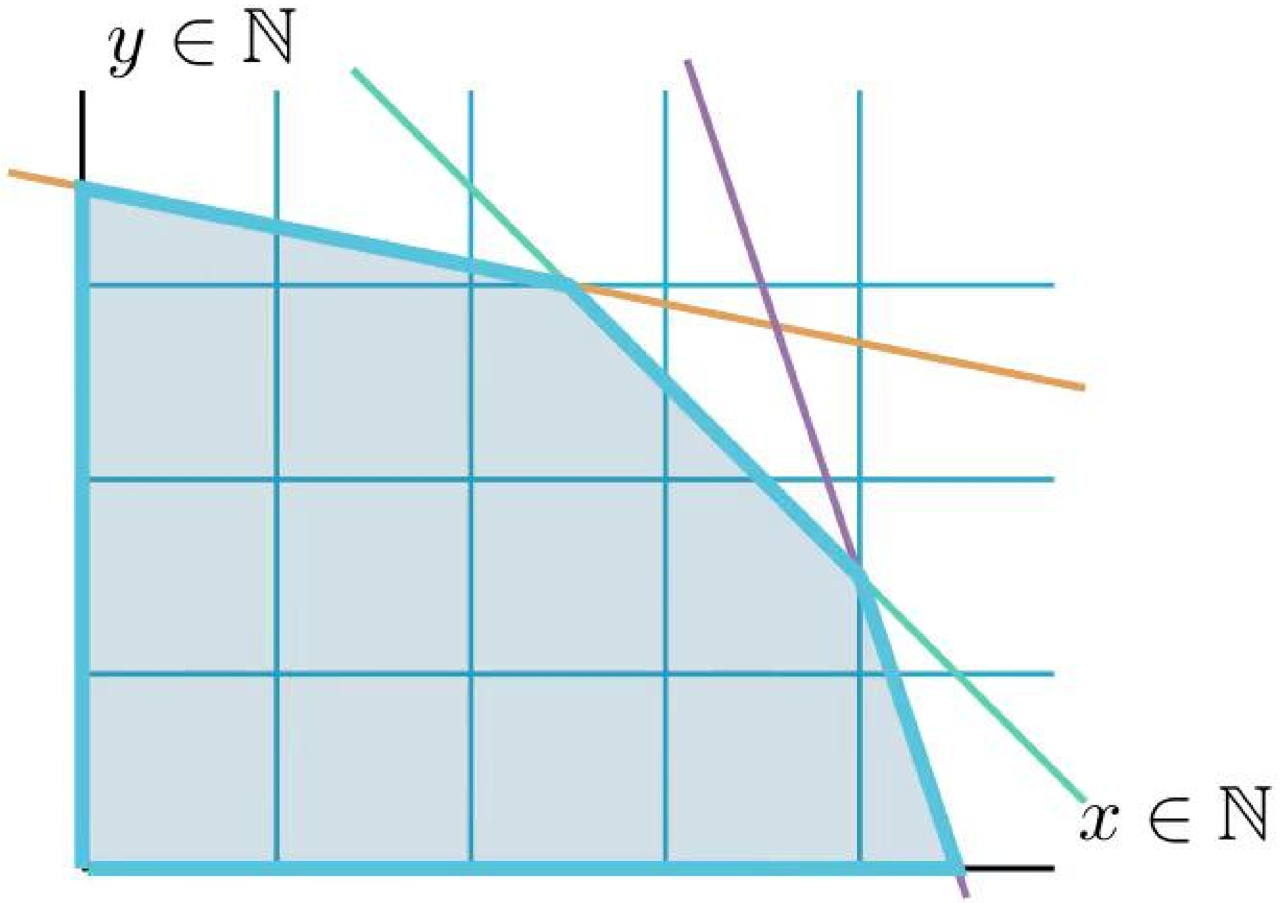
Nombre fini de **variables** $x_1, x_2, \cdots, x_n$ réelles ($\in \mathbb{R}$) ou entières ($\in \mathbb{Z}$)

Fonction objectif linéaire

$$\max / \min \quad c_1 x_1 + c_2 x_2 + \cdots + c_n x_n$$

Contraintes linéaires:

$$a_1 x_1 + a_2 x_2 + \cdots + a_n x_n \geq b$$
$$a'_1 x_1 + a'_2 x_2 + \cdots + a'_n x_n \leq b'$$
$$a''_1 x_1 + a''_2 x_2 + \cdots + a''_n x_n = b''$$



La zone réalisable n'est plus un polyhèdre...
L'algorithme de résolution des programmes linéaires ne fonctionne plus.

La Programmation Linéaire en Nombres Entiers

Plus difficiles à résoudre que les programmes linéaires, ils modélisent un plus grand nombre de problèmes.

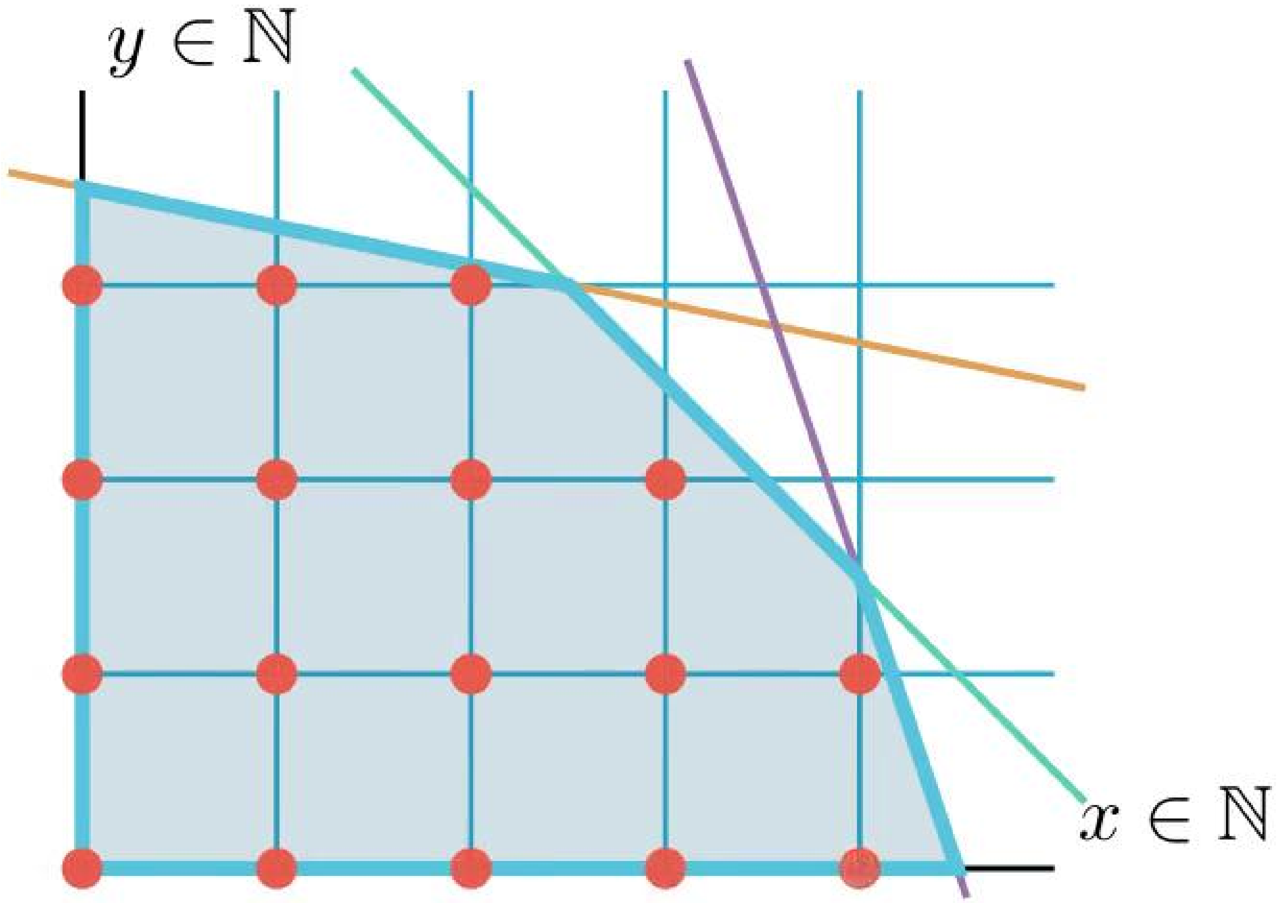
Nombre fini de **variables** $x_1, x_2, \cdots, x_n$ réelles ($\in \mathbb{R}$) ou entières ($\in \mathbb{Z}$)

Fonction objectif linéaire

$$\max / \min \quad c_1 x_1 + c_2 x_2 + \cdots + c_n x_n$$

Contraintes linéaires:

$$a_1 x_1 + a_2 x_2 + \cdots + a_n x_n \geq b$$
$$a'_1 x_1 + a'_2 x_2 + \cdots + a'_n x_n \leq b'$$
$$a''_1 x_1 + a''_2 x_2 + \cdots + a''_n x_n = b''$$



La zone réalisable n'est plus un polyhèdre...
L'algorithme de résolution des programmes linéaires ne fonctionne plus.

Programmes d'échange de reins

Programmes d'échange de reins

Programmes d’échange de reins

Le Patient A a besoin d’un nouveau rein sain.

Programmes d’échange de reins

Donneur A

Patient A

Le Patient A a besoin d’un nouveau rein sain.

Programmes d'échange de reins

Donneur A

Patient A

Le Patient A a besoin d'un nouveau rein sain.

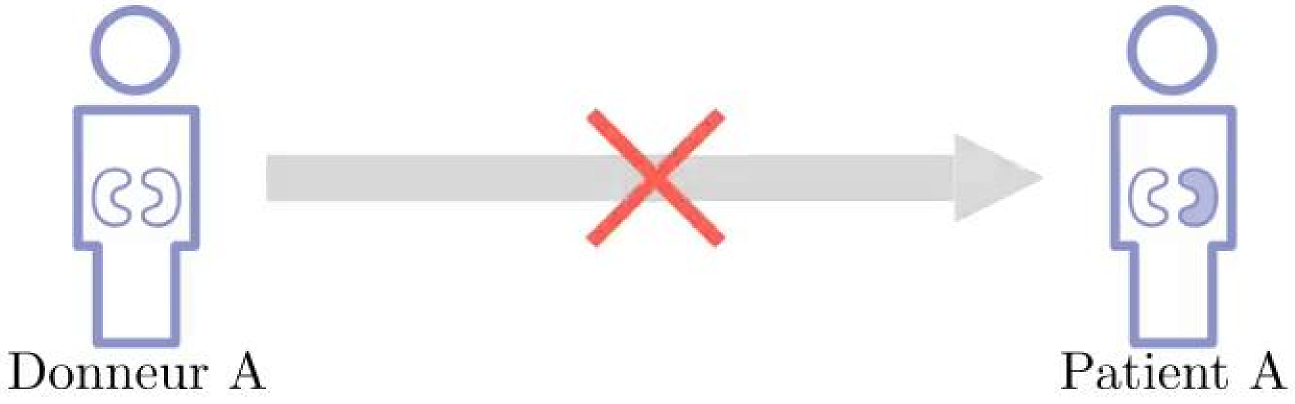
Un proche de Patient A (Donneur A) a décidé de lui donner son rein.

Programmes d'échange de reins

Le Patient A a besoin d'un nouveau rein sain.

Un proche de Patient A (Donneur A) a décidé de lui donner son rein.

Programmes d'échange de reins

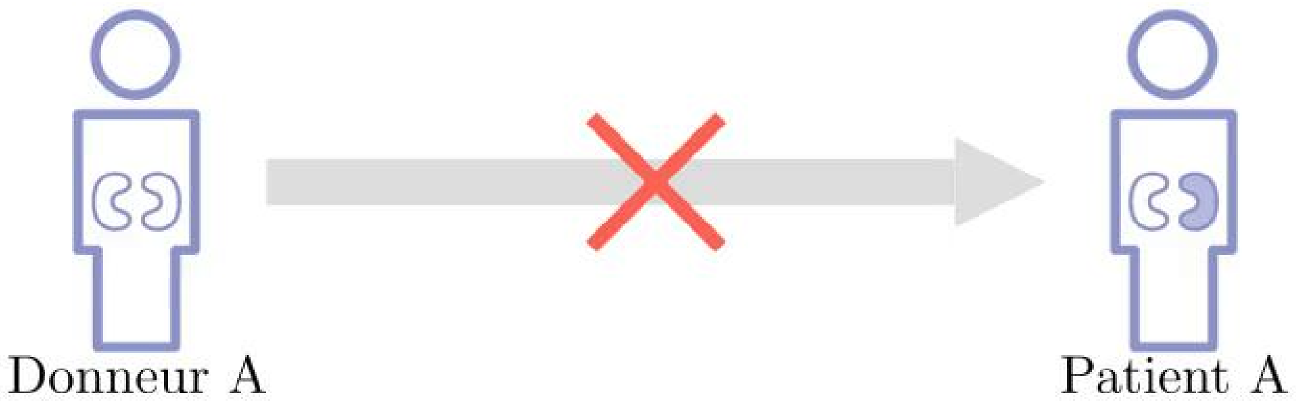


Le Patient A a besoin d'un nouveau rein sain.

Un proche de Patient A (Donneur A) a décidé de lui donner son rein.

Sauf que, le Donneur A n'est pas compatible avec le Patient A...

Programmes d’échange de reins



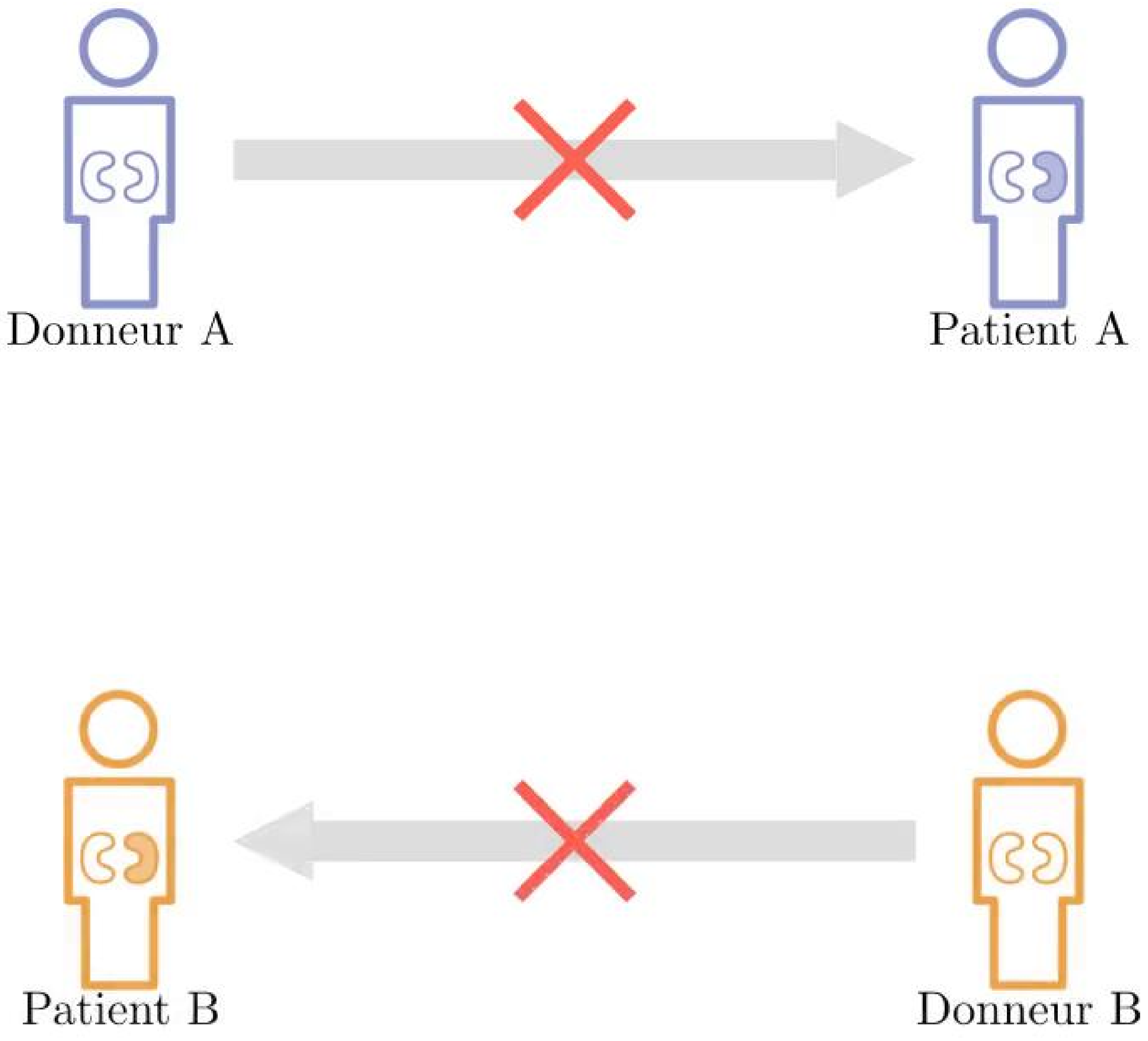
Le Patient A a besoin d’un nouveau rein sain.

Un proche de Patient A (Donneur A) a décidé de lui donner son rein.

Sauf que, le Donneur A n’est pas compatible avec le Patient A...

Un autre couple est dans la même situation...

Programmes d'échange de reins



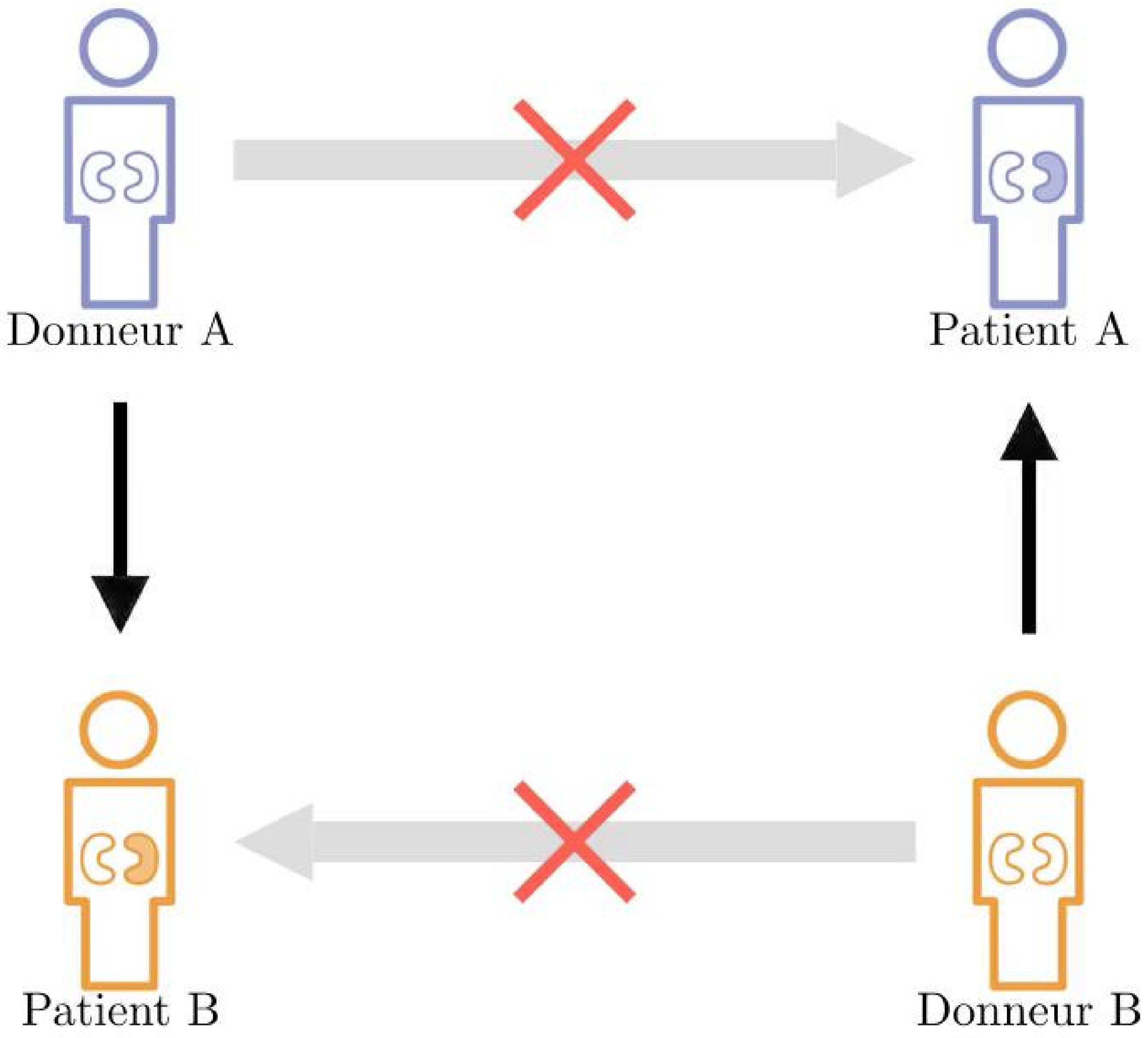
Le Patient A a besoin d'un nouveau rein sain.

Un proche de Patient A (Donneur A) a décidé de lui donner son rein.

Sauf que, le Donneur A n'est pas compatible avec le Patient A...

Un autre couple est dans la même situation...

Programmes d'échange de reins



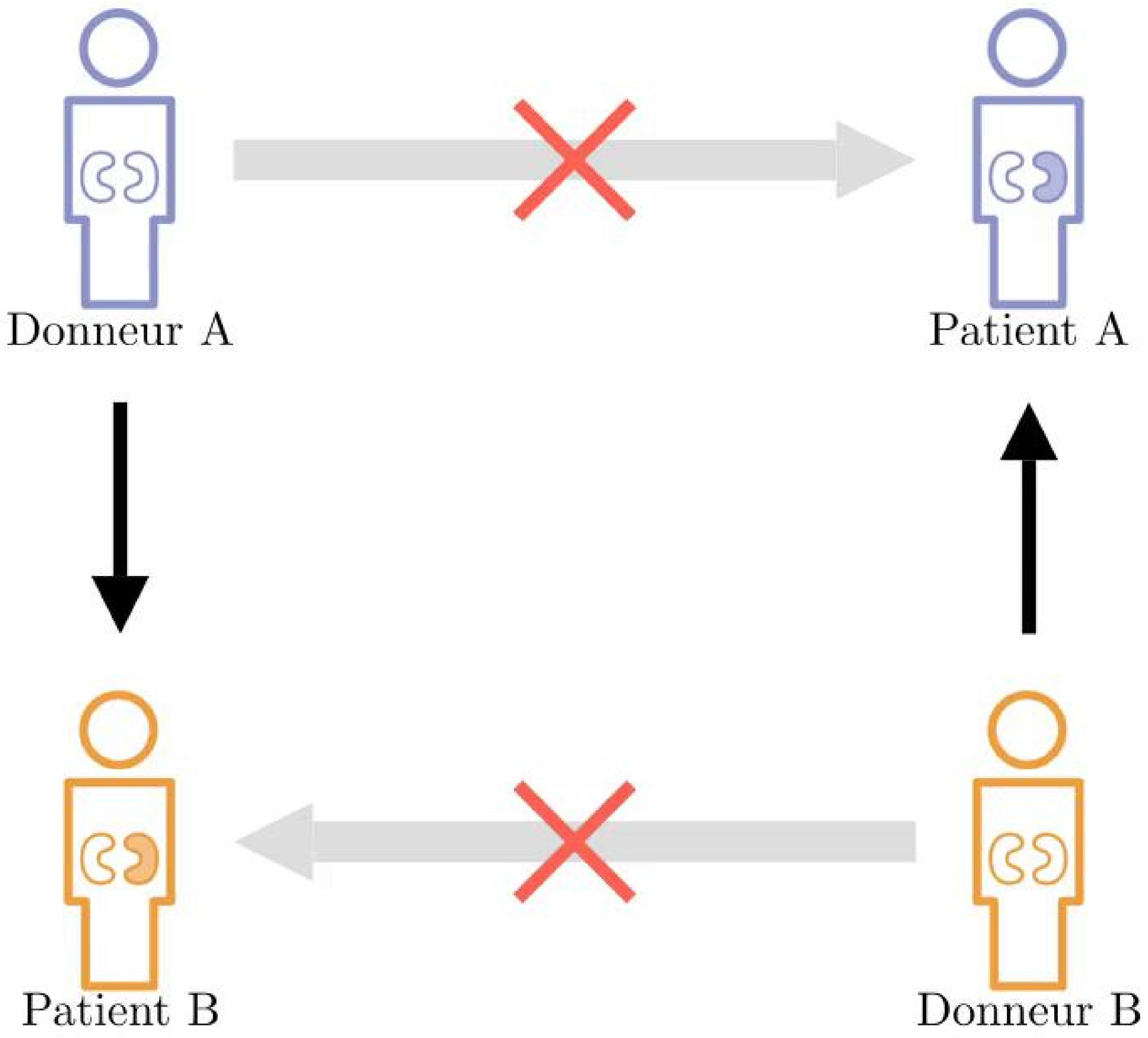
Le Patient A a besoin d'un nouveau rein sain.

Un proche de Patient A (Donneur A) a décidé de lui donner son rein.

Sauf que, le Donneur A n'est pas compatible avec le Patient A...

Un autre couple est dans la même situation...

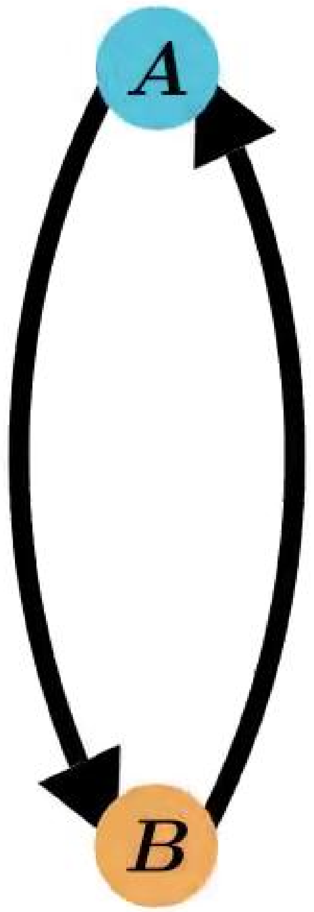
Programmes d'échange de reins



Le Patient A a besoin d'un nouveau rein sain.

On peut alors échanger les reins du couple A avec le couple B !

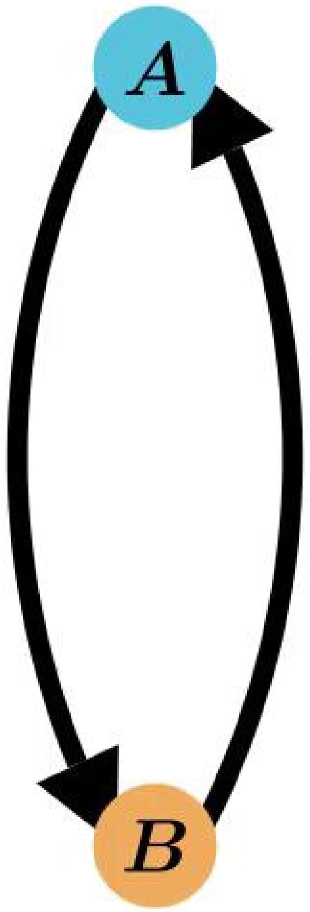
Programmes d'échange de reins



Le Patient A a besoin d'un nouveau rein sain.

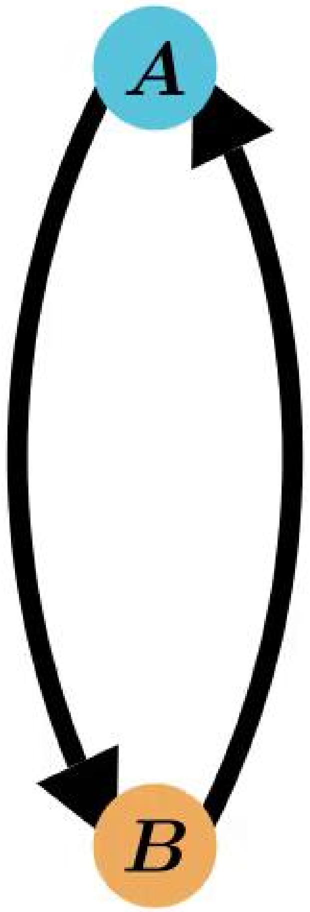
On peut alors échanger les reins du couple A avec le couple B !

Programmes d'échange de reins



On va modéliser ce problème par un **graphe dirigé**.

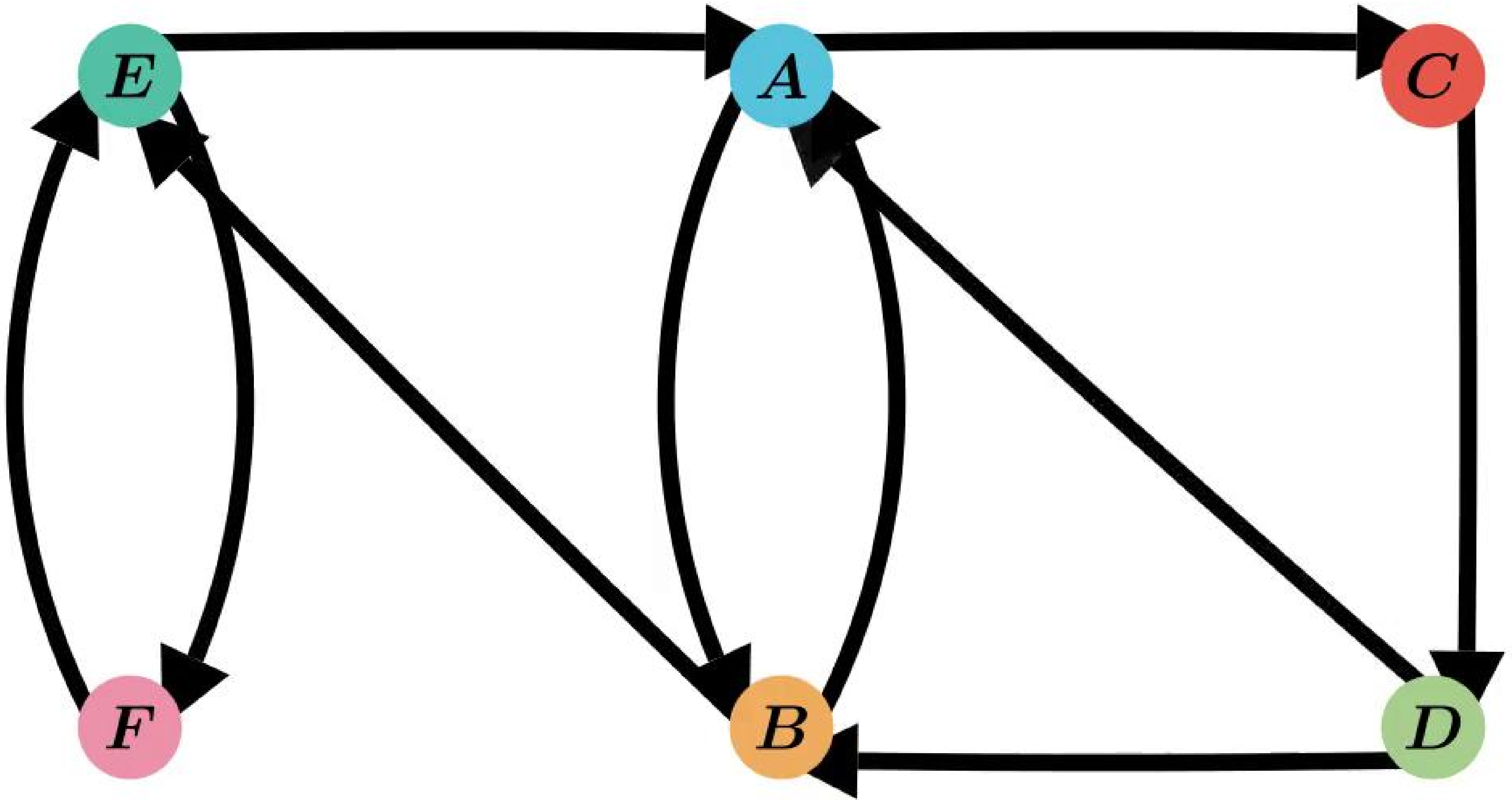
Programmes d'échange de reins



On va modéliser ce problème par un **graphe dirigé**.

Sommets du graphe: les couples.
Flèche entre un couple $\boldsymbol{u}$ et un couple $\boldsymbol{v}$:
le donneur de $\boldsymbol{u}$ est compatible avec le patient de $\boldsymbol{v}$.

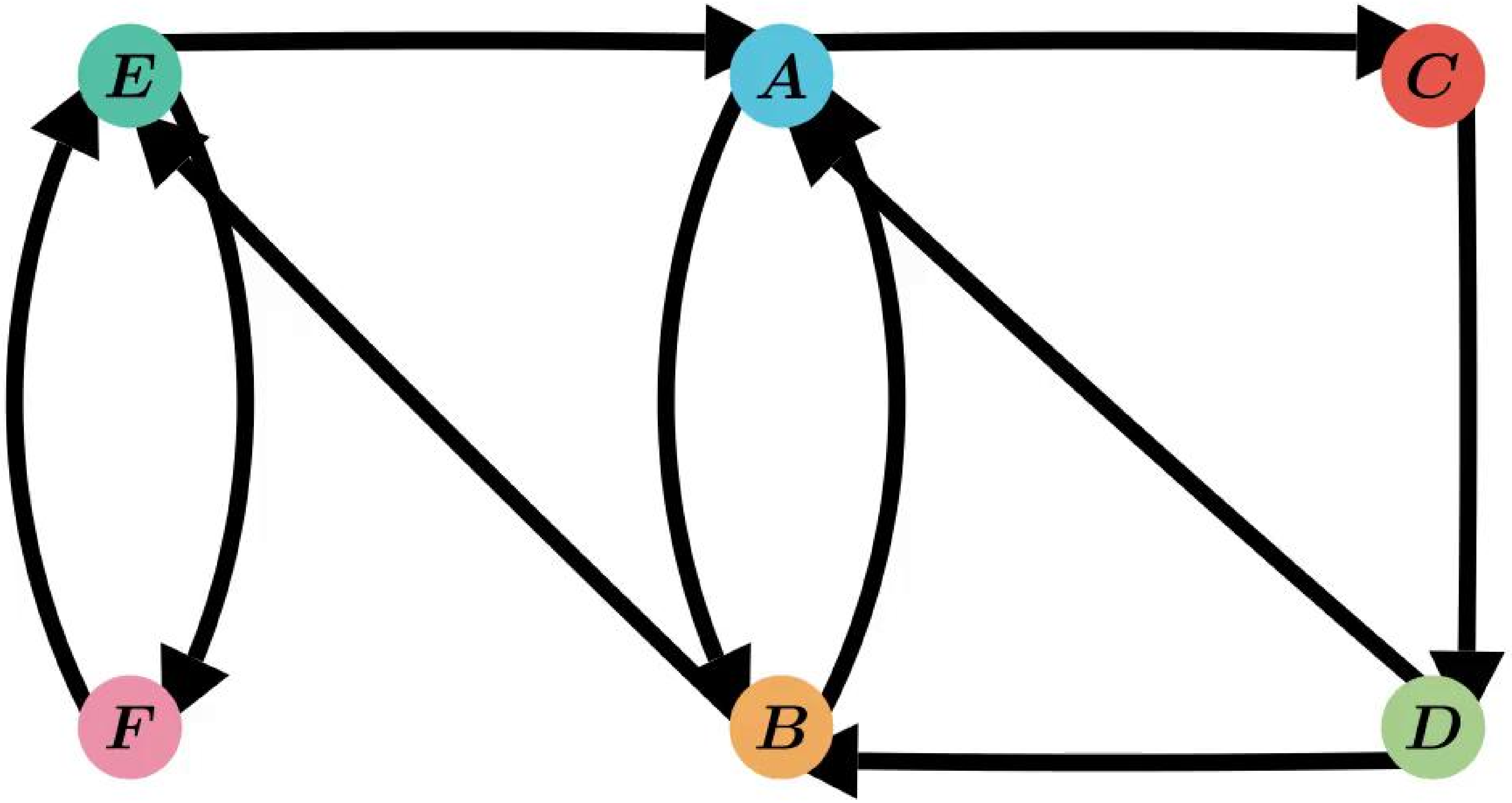
Programmes d'échange de reins



On va modéliser ce problème par un **graphe dirigé**.

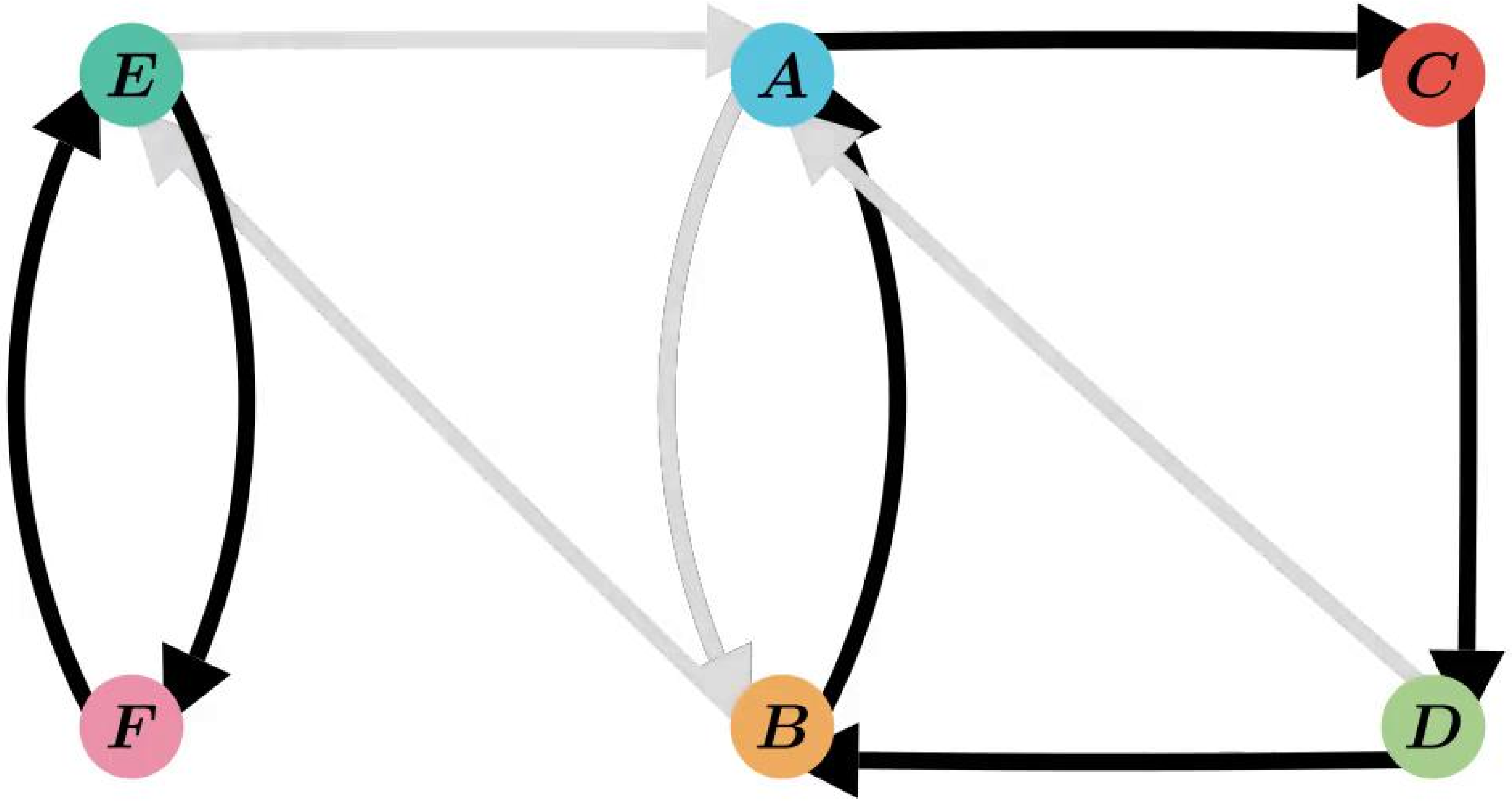
Sommets du graphe: les couples.
Flèche entre un couple $\boldsymbol{u}$ et un couple $\boldsymbol{v}$:
le donneur de $\boldsymbol{u}$ est compatible avec le patient de $\boldsymbol{v}$.

Programmes d'échange de reins



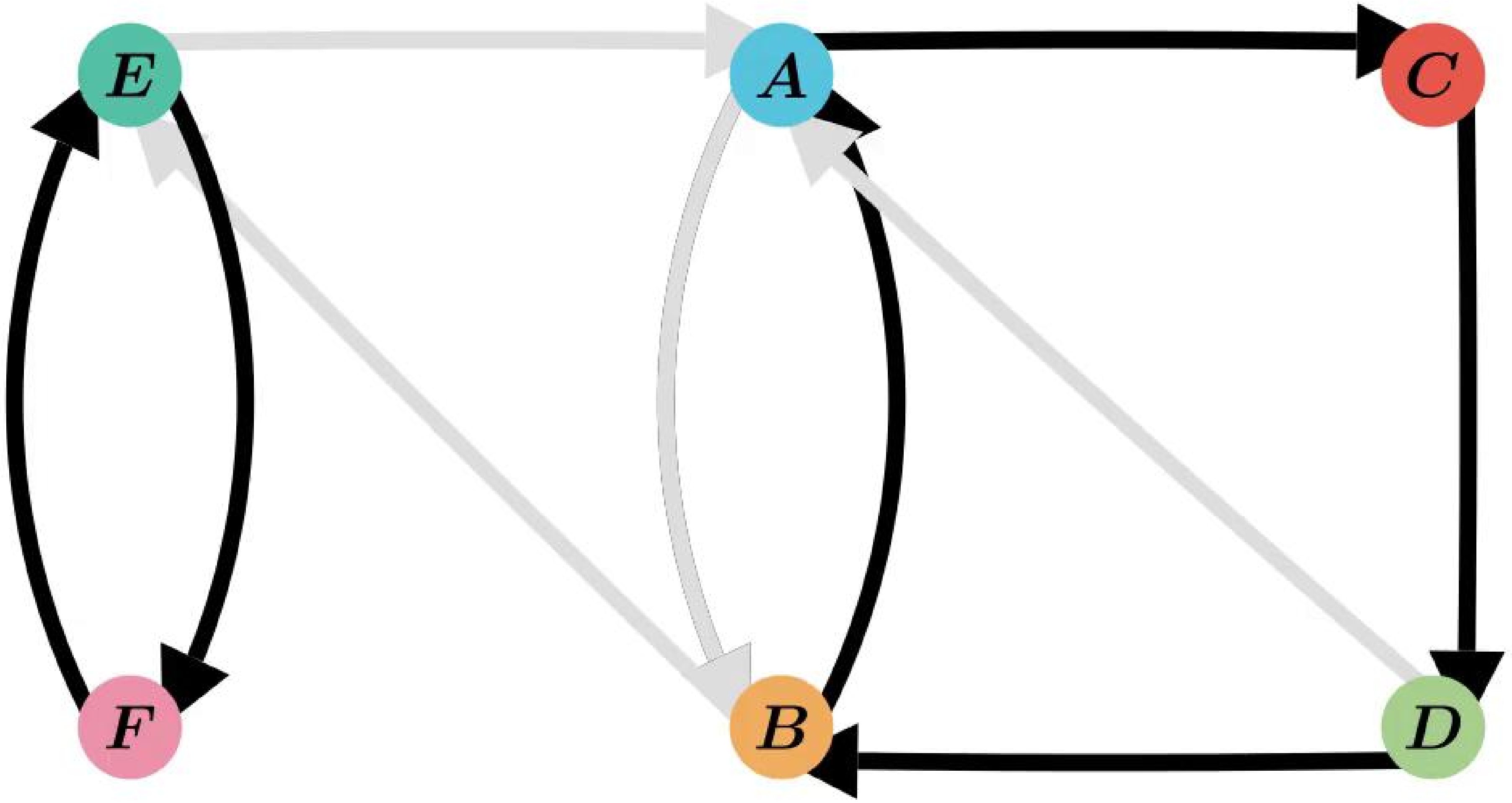
On veut maximiser le nombre de gens qui reçoivent un rein.
C'est à dire: trouver un ensemble de cycles recouvrant le plus de sommets possibles.

Programmes d'échange de reins



On veut maximiser le nombre de gens qui reçoivent un rein.
C'est à dire: trouver un ensemble de cycles recouvrant le plus de sommets possibles.

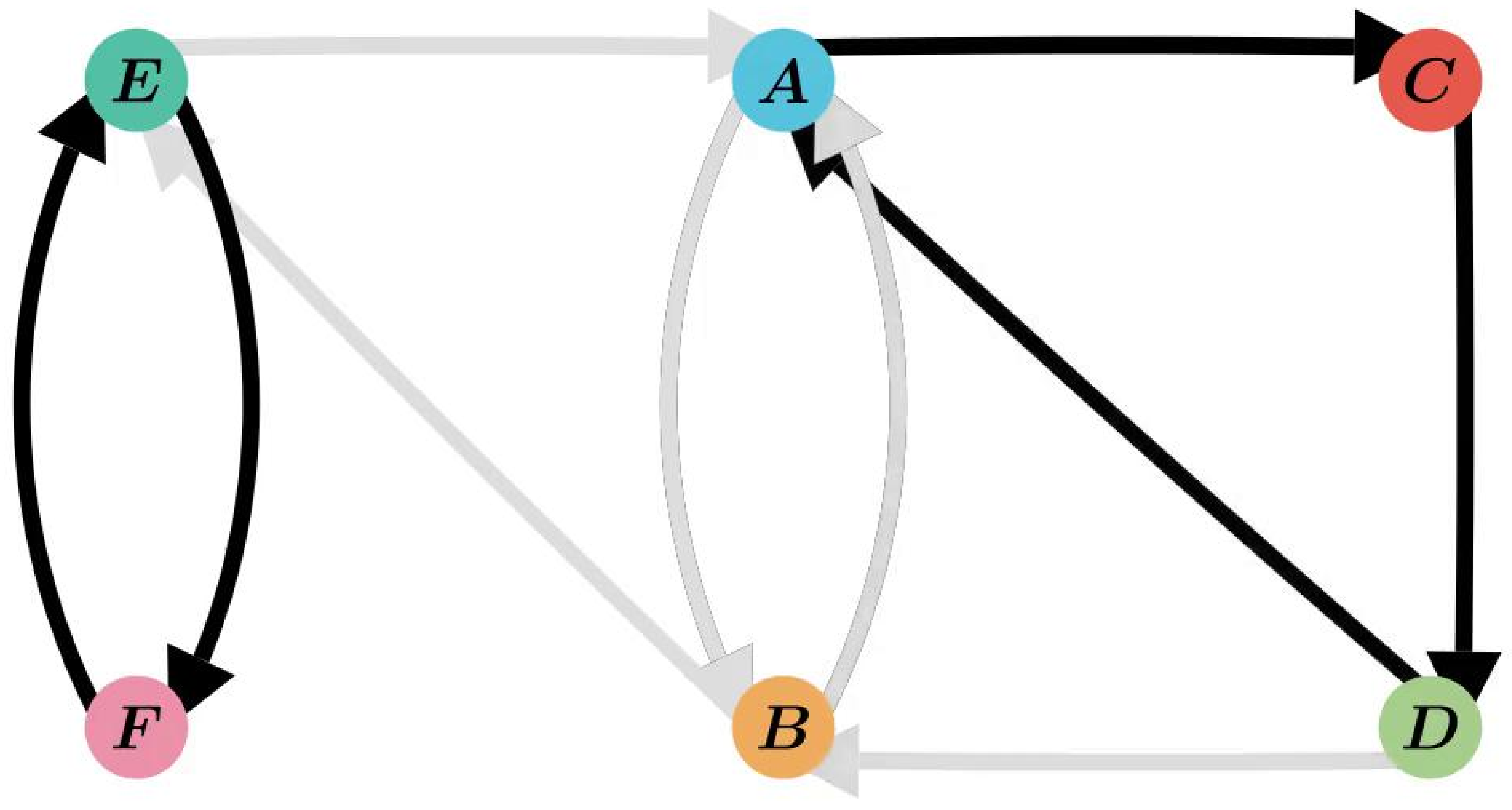
Programmes d'échange de reins



On veut maximiser le nombre de gens qui reçoivent un rein.
C'est à dire: trouver un ensemble de cycles recouvrant le plus de sommets possibles.

Problème: il faut opérer tout le cycle en même temps pour des raisons éthiques !
On se limite à des cycles de taille au plus $\boldsymbol{K} := 3$

Programmes d'échange de reins



On veut maximiser le nombre de gens qui reçoivent un rein.
C'est à dire: trouver un ensemble de cycles recouvrant le plus de sommets possibles.

Problème: il faut opérer tout le cycle en même temps pour des raisons éthiques !
On se limite à des cycles de taille au plus $\boldsymbol{K} := 3$

Données

Soit $\boldsymbol{D} = (V, A)$, le réseau d'échange de reins.

Soit $\boldsymbol{K}$ la taille maximale d'un cycle d'échange.

Soit $\boldsymbol{\mathcal{C}}$ la famille des cycles de $\boldsymbol{D}$ de taille au plus $\boldsymbol{K}$

Données

Soit $\boldsymbol{D} = (V, A)$, le réseau d'échange de reins.

Soit $\boldsymbol{K}$ la taille maximale d'un cycle d'échange.

Soit $\boldsymbol{\mathcal{C}}$ la famille des cycles de $\boldsymbol{D}$ de taille au plus $\boldsymbol{K}$

Variables de décisions

Données

Soit $\boldsymbol{D} = (V, A)$, le réseau d'échange de reins.

Soit $\boldsymbol{K}$ la taille maximale d'un cycle d'échange.

Soit $\boldsymbol{\mathcal{C}}$ la famille des cycles de $\boldsymbol{D}$ de taille au plus $\boldsymbol{K}$

Variables de décisions

Pour tout cycle $C \in \boldsymbol{\mathcal{C}}$.

$\boldsymbol{x_C} \in \mathbb{N}$: 1 si le cycle C est pris, 0 sinon.

Données

Soit $\boldsymbol{D} = (V, A)$, le réseau d'échange de reins.

Soit $\boldsymbol{K}$ la taille maximale d'un cycle d'échange.

Soit $\boldsymbol{\mathcal{C}}$ la famille des cycles de $\boldsymbol{D}$ de taille au plus $\boldsymbol{K}$

Variables de décisions

Pour tout cycle $C \in \boldsymbol{\mathcal{C}}$.

$\boldsymbol{x_C} \in \mathbb{N}$: 1 si le cycle C est pris, 0 sinon.

Fonction objectif

Données

Soit $\boldsymbol{D} = (V, A)$, le réseau d'échange de reins.

Soit $\boldsymbol{K}$ la taille maximale d'un cycle d'échange.

Soit $\boldsymbol{\mathcal{C}}$ la famille des cycles de $\boldsymbol{D}$ de taille au plus $\boldsymbol{K}$

Variables de décisions

Pour tout cycle $C \in \boldsymbol{\mathcal{C}}$.

$\boldsymbol{x_C} \in \mathbb{N}$: 1 si le cycle C est pris, 0 sinon.

Fonction objectif

$$\max \quad \sum_{C \in \boldsymbol{\mathcal{C}}}^{\boldsymbol{\mathcal{C}}} |C| \cdot \boldsymbol{x_C}$$

Données

Soit $\boldsymbol{D} = (V, A)$, le réseau d'échange de reins.

Soit $\boldsymbol{K}$ la taille maximale d'un cycle d'échange.

Soit $\boldsymbol{\mathcal{C}}$ la famille des cycles de $\boldsymbol{D}$ de taille au plus $\boldsymbol{K}$

Variables de décisions

Pour tout cycle $C \in \boldsymbol{\mathcal{C}}$.

$\boldsymbol{x_C} \in \mathbb{N}$: 1 si le cycle C est pris, 0 sinon.

Fonction objectif

$$\max \quad \sum_{C \in \boldsymbol{\mathcal{C}}}^{\boldsymbol{\mathcal{C}}} |C| \cdot \boldsymbol{x_C}$$

Données

Soit $\boldsymbol{D} = (V, A)$, le réseau d'échange de reins.

Soit $\boldsymbol{K}$ la taille maximale d'un cycle d'échange.

Soit $\boldsymbol{\mathcal{C}}$ la famille des cycles de $\boldsymbol{D}$ de taille au plus $\boldsymbol{K}$

Variables de décisions

Pour tout cycle $C \in \boldsymbol{\mathcal{C}}$.

$\boldsymbol{x_C} \in \mathbb{N}$: 1 si le cycle C est pris, 0 sinon.

Fonction objectif

$$\max \quad \sum_{C \in \boldsymbol{\mathcal{C}}}^{\boldsymbol{\mathcal{C}}} |C| \cdot \boldsymbol{x_C}$$

Contraintes

Données

Soit $\boldsymbol{D} = (V, A)$, le réseau d'échange de reins.

Soit $\boldsymbol{K}$ la taille maximale d'un cycle d'échange.

Soit $\boldsymbol{\mathcal{C}}$ la famille des cycles de $\boldsymbol{D}$ de taille au plus $\boldsymbol{K}$

Variables de décisions

Pour tout cycle $C \in \boldsymbol{\mathcal{C}}$.

$\boldsymbol{x_C} \in \mathbb{N}$: 1 si le cycle C est pris, 0 sinon.

Fonction objectif

$$\max \quad \sum_{C \in \boldsymbol{\mathcal{C}}}^{\boldsymbol{\mathcal{C}}} |C| \cdot \boldsymbol{x_C}$$

Contraintes

$$\boldsymbol{x_C} \geq 0, \quad \boldsymbol{x_C} \leq 1 \qquad \forall C \in \boldsymbol{\mathcal{C}}$$

Données

Soit $\boldsymbol{D} = (V, A)$, le réseau d'échange de reins.

Soit $\boldsymbol{K}$ la taille maximale d'un cycle d'échange.

Soit $\boldsymbol{\mathcal{C}}$ la famille des cycles de $\boldsymbol{D}$ de taille au plus $\boldsymbol{K}$

Variables de décisions

Pour tout cycle $C \in \boldsymbol{\mathcal{C}}$.

$\boldsymbol{x_C} \in \mathbb{N}$: 1 si le cycle C est pris, 0 sinon.

Fonction objectif

$$\max \quad \sum_{C \in \boldsymbol{\mathcal{C}}}^{\boldsymbol{\mathcal{C}}} |C| \cdot \boldsymbol{x_C}$$

Contraintes

$$\boldsymbol{x_C} \geq 0, \quad \boldsymbol{x_C} \leq 1 \qquad \forall C \in \boldsymbol{\mathcal{C}}$$

$$\sum_{v \in C}^{\boldsymbol{\mathcal{C}}} \boldsymbol{x_C} \leq 1 \qquad \forall v \in V$$

Données

Soit $\boldsymbol{D} = (V, A)$, le réseau d'échange de reins.

Soit $\boldsymbol{K}$ la taille maximale d'un cycle d'échange.

Soit $\boldsymbol{\mathcal{C}}$ la famille des cycles de $\boldsymbol{D}$ de taille au plus $\boldsymbol{K}$

Variables de décisions

Pour tout cycle $C \in \boldsymbol{\mathcal{C}}$.

$\boldsymbol{x_C} \in \mathbb{N}$: 1 si le cycle C est pris, 0 sinon.

Fonction objectif

$$\max \quad \sum_{C \in \boldsymbol{\mathcal{C}}}^{\boldsymbol{\mathcal{C}}} |C| \cdot \boldsymbol{x_C}$$

Contraintes

$$\boldsymbol{x_C} \geq 0, \quad \boldsymbol{x_C} \leq 1 \qquad \forall C \in \boldsymbol{\mathcal{C}}$$

$$\sum_{v \in C}^{\boldsymbol{\mathcal{C}}} \boldsymbol{x_C} \leq 1 \qquad \forall v \in V$$

Le nombre de contraintes et variables est exponentiel !
Des techniques avancées existent pour gérer ce problème.

Grandes Entreprises ayant un pole R&D de Recherche Opérationnelle

Grandes Entreprises ayant un pole R&D de Recherche Opérationnelle

- Airfrance
- SNCF
- EDF
- Orange
- Bouygues
- GDF Suez
- La Poste
- Renault
- Air Liquide
- Google
- Schneider Electric
- Dassault Système
- Toshiba

Créateurs de logiciels généralistes

Créateurs de logiciels généralistes

- **IBM (ILOG)**
  Logiciels d'optimisation, visualisation. Applications dans la chaine logistique.
- **FICO**
  Logiciels d'optimisation linéaire et quadratique
- **Artelys**
  Logiciels d'optimisation non linéaire et programmation par contraintes
- **Gurobi**
  Logiciels de programmation mathématique
- **Hexaly**
  Logiciels d'optimisation généralistes

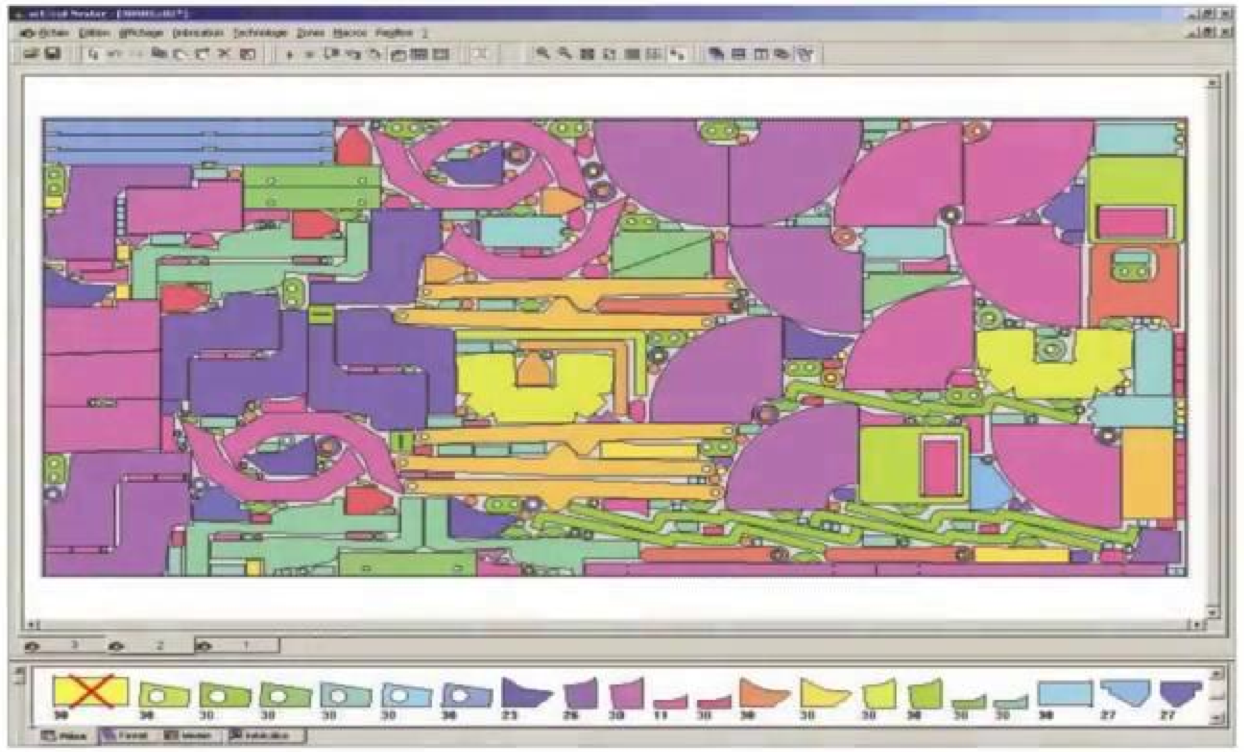
Créateurs de logiciels spécialistes

Créateurs de logiciels spécialistes

- **ALMA**
  Placement et découpe d'objets pour habits ou chantiers navals.
- **AMADEUS**
  Plateforme de réservation centralisée pour l'industrie du voyage et outils de gestion des compagnies aériennes
- **Optilogistics**
  Logiciels d'optimisation de tournées et planification du transport
- **Unico**
  Optimisation de la collecte et gestion des déchets

Créateurs de logiciels spécialistes

- **ALMA**
  Placement et découpe d'objets pour habits ou chantiers navals.
- **AMADEUS**
  Plateforme de réservation centralisée pour l'industrie du voyage et outils de gestion des compagnies aériennes
- **Optilogistics**
  Logiciels d'optimisation de tournées et planification du transport
- **Unico**
  Optimisation de la collecte et gestion des déchets



Logiciel de ALMA

Quelques sources

Quelques sources

Les sites internets

Quelques sources

Les sites internets

Caseine: caseine.org
Plateforme de cours en ligne (contenant de la RO !)

ROADEF: roadef.org
Société de Recherche Opérationnelle et Aide à la Décision En France

GDR: gdrro.lip6.fr
Groupe de Recherche en RO du CNRS

COIN-OR: coin-or.org
Logiciels open-source pour la RO

Quelques sources

Les sites internets

Caseine: caseine.org
Plateforme de cours en ligne (contenant de la RO !)

ROADEF: roadef.org
Société de Recherche Opérationnelle et Aide à la Décision En France

GDR: gdrro.lip6.fr
Groupe de Recherche en RO du CNRS

COIN-OR: coin-or.org
Logiciels open-source pour la RO

Sources diverses

Quelques sources

Les sites internets

Caseine: caseine.org
Plateforme de cours en ligne (contenant de la RO !)

ROADEF: roadef.org
Société de Recherche Opérationnelle et Aide à la Décision En France

GDR: gdrro.lip6.fr
Groupe de Recherche en RO du CNRS

COIN-OR: coin-or.org
Logiciels open-source pour la RO

Sources diverses

Master 2 ORCO de l'Université Grenoble Alpes
orco.imag.fr